Lehrstuhl für Theoretische Informatik
School of Computation, Information and Technology
Technische Universität München

Eexam
Sticker mit SRID hier einkleben

**Hinweise zur Personalisierung:**

- Ihre Prüfung wird bei der Anwesenheitskontrolle durch Aufkleben eines Codes personalisiert.
- Dieser enthält lediglich eine fortlaufende Nummer, welche auch auf der Anwesenheitsliste neben dem Unterschriftenfeld vermerkt ist.
- Diese wird als Pseudonym verwendet, um eine eindeutige Zuordnung Ihrer Prüfung zu ermöglichen.

# Einführung in die Theoretische Informatik

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Klausur:** | IN0011 / Retake | **Datum:** | Dienstag, 8. Oktober 2024 |
| **Prüfer:** | Prof. Javier Esparza<br>Philipp Czerner | **Uhrzeit:** | 11:30 – 14:30 |

## Bearbeitungshinweise

- Diese Klausur umfasst **16 Seiten** mit insgesamt **8 Aufgaben**.
  Bitte kontrollieren Sie jetzt, dass Sie eine vollständige Angabe erhalten haben.
- Die Gesamtpunktzahl in dieser Klausur beträgt 105 Punkte, von denen 5 Bonuspunkte sind, d.h. sie zählen wie normale Punkte, werden bei der Berechnung des Notenschemas jedoch außer Acht gelassen.
- 45 Punkte sind *hinreichend* zum Bestehen.
- Das Heraustrennen von Seiten aus der Prüfung ist untersagt.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen:
  - ein **beidseitig handschriftlich beschriebenes DIN A4 Blatt**
  - ein **analoges Wörterbuch** Deutsch $\leftrightarrow$ Muttersprache **ohne Anmerkungen**
- Mit * gekennzeichnete Teilaufgaben sind ohne Kenntnis der Ergebnisse vorheriger Teilaufgaben lösbar.
- Schreiben Sie weder mit roter / grüner Farbe noch mit Bleistift.
- Schalten Sie alle mitgeführten elektronischen Geräte vollständig aus, verstauen Sie diese in Ihrer Tasche und verschließen Sie diese.
- $\mathbb{N} := \{0, 1, 2, \ldots\}$

Hörsaal verlassen von __________ bis __________ / Vorzeitige Abgabe um __________

## Aufgabe 1 Quiz: Reguläre und kontextfreie Sprachen (16 Punkte)

**Teilaufgaben (a-e):** Für diese Fragen ist eine Begründung nicht gefordert. Sie erhalten die Punkte auf eine Teilaufgabe genau dann, wenn Sie alle Antwortmöglichkeiten korrekt angekreuzt haben. **Es ist immer mindestens eine Antwortmöglichkeit richtig.** Jede Frage bringt 2P.

*Kreuzen Sie richtige Antworten an* ☒
*Kreuze können durch vollständiges Ausfüllen gestrichen werden* ■
*Gestrichene Antworten können durch nebenstehende Markierung erneut angekreuzt werden* ×■

In dieser Aufgabe verwenden wir durchgehend das Alphabet $\Sigma := \{a, b\}$.

a)* Welche der folgenden Sprachen sind Residualsprachen von $L((bba)^*b)$?

☐ $\{b\}$ ☐ $L(ba(bba)^*b \mid \epsilon)$ ☐ $\emptyset$

b)* Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache mit $LL = \Sigma^*$. Welche Aussagen sind wahr?

☐ $L$ ist unendlich ☐ $\varepsilon \in L$ ☐ $LLL = \Sigma^*$

c)* Sei $L \subseteq \Sigma^*$ regulär. Welche der folgenden Sprachen sind regulär?

☐ $\{u^R v \mid u, v \in L\}$ ☐ $\{u^R u \mid u \in L\}$ ☐ $\{uv \mid u, v \in L \wedge |u| = |v|\}$

d)* Welche der folgenden kontextfreien Grammatiken sind mehrdeutig?

☐ $S \to SS \mid a$ ☐ $S \to Sa \mid Sb \mid \varepsilon$ ☐ $S \to TT \quad T \to aT \mid bT \mid a \mid b$

e)* Sei $A \subseteq \Sigma^*$ regulär und $B \subseteq \Sigma^*$ kontextfrei. Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei?

☐ $A \cup \overline{B}$ ☐ $\overline{A} \cup B$ ☐ $AB$

0 1 2 3

f)* Geben Sie reguläre Ausdrücke $X$, $Y$, $Z$ über $\Sigma$ an, sodass die folgenden Gleichungen erfüllt sind.

$$X \equiv a^*b^*aX \mid ab \qquad Y \equiv (b \mid a)a^*Y \mid bbY \mid \epsilon \qquad Z \equiv a^*(a \mid b)Z$$

$X =$ $Y =$ $Z =$

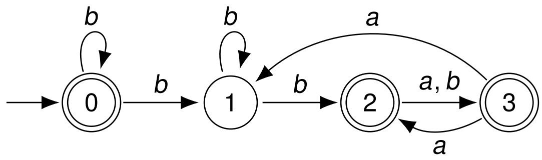
0 1 2 3

g)* Ein NFA $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ heißt *reversibel*, falls für alle Zustände $q_1, q_2 \in Q$ und für alle Zeichen $x \in \Sigma$ gilt: Falls $q_2 \in \delta(q_1, x)$, so $q_1 \in \delta(q_2, x)$. Mit anderen Worten: Falls man von $q_1$ mit $x$ in $q_2$ übergehen kann, so kann man auch von $q_2$ mit $x$ in $q_1$ übergehen.
Gibt es einen reversiblen NFA $N$ über $\Sigma$ mit $L(N) = L((aa)^* \mid (bb)^*)$? Falls ja, geben Sie einen solchen NFA an; falls nein, beweisen Sie es.

Ihre Wahl: ☐ Wahr, reversibler NFA ☐ Falsch, Beweis

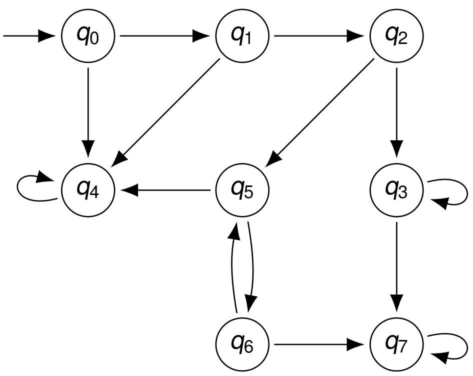
## Aufgabe 2 **DFA-Algorithmen (18 Punkte)**

a) Wir betrachten den folgenden NFA $N$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:




Sei $M$ der DFA, den man erhält, wenn man $N$ mithilfe des Verfahrens aus der Vorlesung (Potenzmengenkonstruktion) zu einem DFA konvertiert. Tragen Sie $M$ in untere Schablone ein, indem Sie (1) die Transitionen beschriften, (2) die Finalzustände markieren, und (3) in der Tabelle rechts für jeden Zustand von $M$ die korrespondierende Menge an Zuständen aus $N$ eintragen.

*Hinweis:* Sie können den Platz am Ende der Seite verwenden, um den Algorithmus auszuführen.




$q_0$: $q_4$:

$q_1$: $q_5$:

$q_2$: $q_6$:

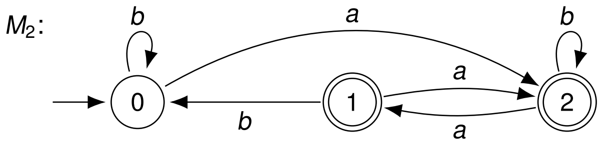
$q_3$: $q_7$:

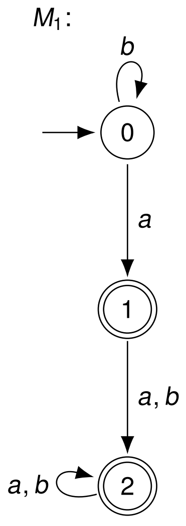
b) Ist $M$ minimal? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

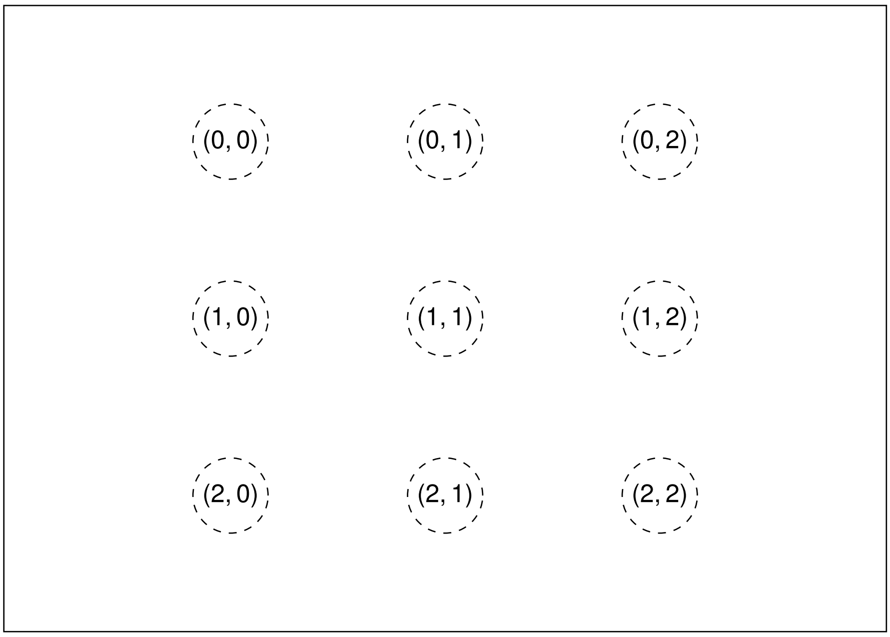
☐ Ja ☐ Nein

Begründung:

c)* Im Folgenden sind zwei DFAs $M_1$ und $M_2$ angegeben. Berechnen Sie nach dem Algorithmus aus der Vorlesung (Produktkonstruktion) einen DFA $M$ mit $L(M) = L(M_1) \cap L(M_2)$ und tragen Sie das Ergebnis unten ein. Platzieren Sie die Zustände an den vorgesehenen Positionen. (Es genügt, die erreichbaren Zustände zu konstruieren.)




d)* Geben Sie jeweils ein kürzestes Wort in $L(M_1) \cap L(M_2)$, $L(M_1) \setminus L(M_2)$ und $L(M_2) \setminus L(M_1)$ an, oder $\emptyset$, falls kein solches Wort existiert.

*Hinweis:* Verwenden Sie Ihr Ergebnis aus c).

$L(M_1) \cap L(M_2)$: $L(M_1) \setminus L(M_2)$: $L(M_2) \setminus L(M_1)$:

e)* Sei $L \subseteq \{a, b, c\}^*$ eine Sprache. Wir definieren die Sprache $R_c(L) \subseteq \{a, b\}^*$ als die Menge der Wörter, die man erhält, wenn man aus jedem Wort von $L$ jedes Zeichen $c$ löscht. Z.B. gilt $R_c(\{bca, cc, ab\}) = \{ba, \varepsilon, ab\}$. Sei $M$ ein DFA mit $n$ Zuständen. Wählen Sie eine Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, sodass es einen DFA $M'$ für $R_c(L(M))$ mit höchstens $f(n)$ Zuständen gibt **und** beschreiben Sie einen Algorithmus, um $M'$ zu berechnen und argumentieren Sie, wieso $M'$ höchstens $f(n)$ Zustände hat.

Ihre Wahl: $f(n) :=$ ____

## Aufgabe 3 Rekursive Funktionen (13 Punkte)

Sei $\Sigma := \{0,1\}$. Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ bezeichnet $\mathrm{N}(L)$ die Sprache, die man erhält, wenn man den Wörtern aus $L$ **höchstens eine** Null an einer beliebigen Stelle hinzufügt. Formal definieren wir

$$\mathrm{N}(L) := \{vxw \mid v, w \in \Sigma^* \wedge x \in \{0, \varepsilon\} \wedge vw \in L\}$$

a)* Listen Sie alle Wörter der folgenden Sprache explizit auf:

0
1

$\mathrm{N}(\{01, 0\}) =$

b)* Geben Sie analog zu den rekursiven Funktionen aus den Übungs- und Hausaufgaben eine rekursive Funktion null an, sodass $\mathrm{null}(r)$ ein regulärer Ausdruck mit $L(\mathrm{null}(r)) = \mathrm{N}(L(r))$ ist, für jeden regulären Ausdruck $r$. Im Folgenden sind $r, r_1, r_2$ reguläre Ausdrücke, und $a \in \Sigma$.

0
1
2
3
4
5
6

| | |
|---|---|
| $\mathrm{null}(\emptyset) :=$ | $\mathrm{null}(r_1 \mid r_2) :=$ |
| $\mathrm{null}(\epsilon) :=$ | $\mathrm{null}(r_1 r_2) :=$ |
| $\mathrm{null}(a) :=$ | $\mathrm{null}(r^*) :=$ |

c)* Gegeben sei die folgende rekursive Funktion über dem Alphabet $\Sigma := \{0,1\}$:

0
1
2
3
4
5
6

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\mathrm{cut}(\emptyset) := \emptyset$ | $\mathrm{cut}(0) := \emptyset$ | $\mathrm{cut}(r_1 \mid r_2) := \mathrm{cut}(r_1) \mid \mathrm{cut}(r_2)$ | $\mathrm{cut}(r^*) := r^*\mathrm{cut}(r)$ |
| $\mathrm{cut}(\epsilon) := \emptyset$ | $\mathrm{cut}(1) := \epsilon$ | $\mathrm{cut}(r_1 r_2) := \mathrm{cut}(r_1) \mid r_1\mathrm{cut}(r_2)$ | |

Per struktureller Induktion über $r$ lässt sich zeigen, dass für alle $u, v \in \Sigma^*$ mit $u1v \in L(r)$ gilt, dass $u \in L(\mathrm{cut}(r))$. Vervollständigen Sie den Beweis für den Fall $r = r_1 r_2$. Ergänzen Sie die Induktionshypothese(n) und führen Sie dann den Beweis. Kennzeichnen Sie Verwendungen der Induktionshypothesen im Beweis deutlich.

Zu zeigen: Für alle $u1v \in L(r_1 r_2)$ mit $u, v \in \Sigma^*$ gilt $u \in L(\mathrm{cut}(r_1 r_2))$.

Induktionshypothese(n) für den Fall $r = r_1 r_2$:

Beweis des Falls $r = r_1 r_2$:

## Aufgabe 4 **CFG-Algorithmen (13 Punkte)**

In den Teilaufgaben (a)-(d) geht es darum, eine kontextfreie Grammatik (CFG) in Chomsky-Normalform (CNF) zu konvertieren. Wir führen jeden Schritt einzeln aus, und jeweils auf einer anderen Grammatik – Sie können also die Aufgabenteile unabhängig voneinander bearbeiten.
Eine CFG $G = (V, \Sigma, P, S)$ ist in CNF, wenn jede Produktion $(X \to \alpha) \in P$, mit $X \in V$ und $\alpha \in (\Sigma \cup V)^*$, folgende Bedingungen erfüllt:

(1) $\alpha \in \Sigma \cup V^*$; Terminale dürfen nur in Produktionen der Länge 1 erzeugt werden.

(2) $|\alpha| \leq 2$; jede Produktion hat höchstens Länge 2.

(3) $\alpha \neq \varepsilon$; es gibt keine $\varepsilon$-Produktionen.

(4) $\alpha \notin V$; es gibt keine Kettenproduktionen.

**Achtung:** Die Teilaufgaben fragen jeweils spezifisch nach dem Ergebnis, das sich durch die Ausführung des Algorithmus aus der Vorlesung ergibt, nicht nach einer beliebigen äquivalenten CFG, die den Bedingungen genügt. Details, wie etwa die Namen der Variablen oder die Reihenfolge, in der Produktionen betrachtet werden, können Sie frei wählen.

0
1
2

a)* *Entfernen von Terminalen in langen Produktionen.* Die CFG $G_a$ ist gegeben durch folgende Produktionen:

$$S \to aX \mid Xa \mid ab \qquad X \to SS \mid S \mid \varepsilon \mid bXX$$

Führen Sie den ersten Schritt des Algorithmus zur Überführung in CNF aus und geben Sie die Produktionen einer CFG $G'_a$ an, so dass $L(G_a) = L(G'_a)$ gilt und $G'_a$ Bedingung (1) erfüllt.

(Platz für Zwischenschritte / Erklärungen)

Fertige Grammatik $G'_a$:

0
1
2

b)* *Entfernen langer Produktionen.* Die CFG $G_b$ ist gegeben durch die folgenden Produktionen:

$$S \to A \mid BAA \mid \varepsilon \qquad A \to SABB \mid a \qquad B \to AS \mid b$$

Führen Sie den zweiten Schritt des Algorithmus zur Überführung in CNF aus und geben Sie die Produktionen einer CFG $G'_b$ an, so dass $L(G_b) = L(G'_b)$ und $G'_b$ Bedingungen (1) und (2) erfüllt.

(Platz für Zwischenschritte / Erklärungen)

Fertige Grammatik $G'_b$:

c)* *Entfernen von $\varepsilon$-Produktionen.* Die CFG $G_c$ ist gegeben durch folgende Produktionen:

0 1 2 3

$$S \to AB \mid DE \qquad C \to A \mid c$$
$$A \to AB \mid a \mid \varepsilon \qquad D \to BC \mid BS$$
$$B \to b \mid BB \mid D \qquad E \to SS \mid CA$$

Führen Sie den dritten Schritt des Algorithmus zur Überführung in CNF aus. Geben Sie die Produktionen einer CFG $G'_c$ an, so dass $L(G_c) = L(G'_c)$ und $G'_c$ Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllt.

(Platz für Zwischenschritte / Erklärungen)

Fertige Grammatik $G'_c$:

d)* *Entfernen von Kettenproduktionen.* Die CFG $G_d$ ist gegeben durch die Produktionen:

0 1 2 3

$$S \to a \mid BA \mid B \qquad B \to b \mid SC \mid A$$
$$A \to a \mid AA \qquad C \to B \mid SS$$

Führen Sie den vierten Schritt des Algorithmus zur Überführung in CNF aus und geben Sie die Produktionen einer CFG $G'_d$ in CNF an, so dass $L(G_d) = L(G'_d)$ gilt.

(Platz für Zwischenschritte / Erklärungen)

Fertige Grammatik $G'_d$:

e)* Die CFG $G$ ist gegeben durch die Produktionen:

0 1 2 3

$$S \to AB \mid C \qquad A \to aA \mid AS \qquad B \to bS \qquad C \to aCb \mid \varepsilon$$

Geben Sie die erzeugenden, erreichbaren und nützlichen Nichtterminale von $G$ an.

Erzeugend: Erreichbar: Nützlich:

## Aufgabe 5 Verlorene Buchsten (12 Punkte)

Sei $\Sigma := \{a, b\}$. Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ bezeichnet $\mathrm{del}(L)$ die Sprache, die man erhält, wenn man den Wörtern aus $L$ **genau einmal** das Wort $ab$ an einer beliebigen Stelle entfernt. Formal definieren wir

$$\mathrm{del}(L) := \{vw \mid v, w \in \Sigma^* \wedge vabw \in L\}$$

0
1

a)* Listen Sie alle Wörter der folgenden Sprache explizit auf:

$\mathrm{del}(\{abbaba, baa, ab, a, b\}) =$

0
1
2

b)* Wir definieren $\mathrm{del2}(L) := \{uvw \mid u, v, w \in \Sigma^* \wedge uabvabw \in L\}$. Zeigen Sie oder widerlegen Sie mit einem Gegenbeispiel: Für jede **endliche** Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ gilt $\mathrm{del}(\mathrm{del}(L)) = \mathrm{del2}(L)$.

Ihre Wahl: ☐ Wahr ☐ Falsch

Beweis:

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

c)* Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform. Wir möchten eine kontextfreie Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S')$ konstruieren, sodass $L(G') = \mathrm{del}(L(G))$ gilt. Hierzu setzen wir

$$V' := V \cup \{X_{ab} \mid X \in V\} \cup \{X_a \mid X \in V\} \cup \{X_b \mid X \in V\},$$

wobei $X_{ab}, X_a, X_b \notin V$ für alle $X \in V$. Definieren Sie nun $P'$ und $S'$, sodass

1. $L_{G'}(X) = L_G(X)$
2. $L_{G'}(X_{ab}) = \mathrm{del}(L_G(X))$
3. $L_{G'}(X_a) = \{w \in \Sigma^* \mid wa \in L_G(X)\}$
4. $L_{G'}(X_b) = \{w \in \Sigma^* \mid bw \in L_G(X)\}$

für alle $X \in V$ gilt. Geben Sie die Produktionen $P'$ präzise an; vermeiden Sie unstrukturierten Fließtext.
*Hinweis:* $G$ ist in CNF, hat also keine $\varepsilon$-Produktionen. $G'$ muss nicht in CNF sein.

Startsymbol $S' :=$

Produktionen $P'$:

Wenden Sie Ihre Konstruktion auf das Beispiel $G := \big(\{S, A\}, \{a, b\}, P, S\big)$ an, wobei $P$ gegeben ist durch:

$$S \to SA \mid a \qquad A \to a \mid b$$

*Hinweis:* Falls ein Nichtterminal nicht auf der linken Seite einer Produktion vorkommt, lassen Sie das entsprechende Feld leer.

Startsymbol $S' :=$

Produktionen $P'$:

| | |
|---|---|
| $S \to$ | $A \to$ |
| $S_{ab} \to$ | $A_{ab} \to$ |
| $S_a \to$ | $A_a \to$ |
| $S_b \to$ | $A_b \to$ |

## Aufgabe 6 Quiz: Berechenbarkeit und Komplexität (14 Punkte)

**Teilaufgaben (a-e):** Für diese Fragen ist eine Begründung nicht gefordert. Sie erhalten die Punkte auf eine Teilaufgabe genau dann, wenn Sie alle Antwortmöglichkeiten korrekt angekreuzt haben. **Es ist immer mindestens eine Antwortmöglichkeit richtig.** Jede Frage bringt 2P.

In dieser Aufgabe verwenden wir durchgehend das Alphabet $\Sigma := \{0, 1\}$.

a)* Sei $L$ eine kontextfreie Sprache. Welche Aussagen sind wahr?

☐ $L$ ist entscheidbar ☐ $\overline{L}$ ist entscheidbar ☐ $L$ ist semi-entscheidbar

b)* Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ entscheidbare Sprachen. Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar?

☐ $L_1 \cap L_2$ ☐ $L_1 \setminus L_2$ ☐ $L_1 L_2$

c)* Sei $L \subseteq \{0\}^*$ unentscheidbar. Welche der folgenden Funktionen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sind berechenbar?

☐ $f(n) := |L \cap \Sigma^n|$ ☐ $f(n) := \min\{k \in \mathbb{N} : 0^k \in L\}$ ☐ $f(n) := 1$, falls $0^n \in L$, sonst $f(n) := 0$

d)* Seien $A, B \subseteq \Sigma^*$ Sprachen mit $A \leq_p \text{SAT} \leq_p B$. Welche Aussagen sind wahr?

☐ $A \in \text{NP}$ ☐ $B \in \text{NP}$ ☐ $B$ ist NP-hart ☐ $A \leq_p B$

e)* Sei $L \subseteq \Sigma^*\{\#\}\Sigma^*$ eine Sprache, sodass $L \in \text{P}$; $L$ enthält also Wörter der Form $u\#v$, mit $u, v \in \Sigma^*$. Welche der folgenden Sprachen sind in NP?

☐ $L$ ☐ $\{u \mid \exists v \in \Sigma^* : u\#v \in L\}$ ☐ $\{u \mid \exists v \in \Sigma^* : u\#v \in L \wedge |u| = |v|\}$

0
1
2
3
4

f)* Sei $L \in \text{NP}$. Zeigen oder widerlegen Sie: $L^* \in \text{NP}$.

☐ Ja, Beweis: ☐ Nein, Gegenbeispiel:

# Aufgabe 7 **Reduktion (14 Punkte)**

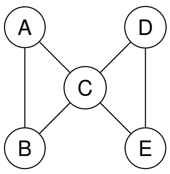
Nehmen Sie P $\neq$ NP an. Entscheiden Sie unter dieser Annahme, welche der folgenden Aussagen gelten. Die Aussagen sind von der Gestalt „$A \leq_p B$“ für Entscheidungsprobleme $A, B$. Wenn die Aussage gilt, dann müssen Sie (1) eine präzise definierte Reduktionsfunktion angeben **und** (2) die Reduktionsfunktion auf die gegebene Instanz von Problem $A$ anwenden. Die Korrektheit der Reduktion müssen Sie nur skizzieren. Wenn die Aussage nicht gilt, dann müssen Sie dies beweisen.

a)* Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Ein Hamilton-Pfad von $G$ ist eine Permutation $v_1, \dots, v_n$ der Knoten von $V$ mit $\{v_i, v_{i+1}\} \in E$ für jedes $i \in \{1, \dots, n-1\}$. Ein Hamilton-Kreis von $G$ ist ein Hamilton-Pfad von $G$, der zusätzlich $\{v_n, v_1\} \in E$ erfüllt.
Sei HAMILTON-PFAD das Entscheidungsproblem, ob ein gegebener ungerichteter Graph einen Hamilton-Pfad hat. Sei HAMILTON-KREIS das Entscheidungsproblem, ob ein gegebener ungerichteter Graph einen Hamilton-Kreis hat.
**Aussage:** HAMILTON-PFAD $\leq_p$ HAMILTON-KREIS

0 1 2 3 4

Ihre Wahl: ☐ Die Aussage gilt ☐ Die Aussage gilt nicht

**Falls die Aussage gilt:** Wenden Sie Ihre Reduktion auf folgende Instanz von HAMILTON-PFAD an.




b)* Sei CFG-LEERHEIT das Entscheidungsproblem, ob eine gegebene kontextfreie Grammatik $G$ kein Wort erzeugt, also ob $L(G) = \emptyset$ gilt.
**Aussage:** 3KNF-SAT $\leq_p$ CFG-LEERHEIT

0 1 2 3

Ihre Wahl: ☐ Die Aussage gilt ☐ Die Aussage gilt nicht

**Falls die Aussage gilt:** Wenden Sie Ihre Reduktion auf folgende Instanz von 3KNF-SAT an.

$$(x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3)$$
$$\wedge\ (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

0 1 2 3 4 5 6 7

c)* EXAKTE-ÜBERDECKUNG ist das folgende Entscheidungsproblem:
Eingabe: Eine endliche Menge $M = \{m_1, \dots, m_k\}$ und eine Menge $T = \{T_1, \dots, T_n\}$ von Teilmengen von $M$.
Ausgabe: Enthält $T$ eine *exakte Überdeckung* von $M$, d.h. gibt es eine Menge $S \subseteq T$, sodass jedes Element von $M$ in **genau** einer der Teilmengen in $S$ vorkommt?
**Aussage:** EXAKTE-ÜBERDECKUNG $\leq_p$ SAT

Ihre Wahl: ☐ Die Aussage gilt ☐ Die Aussage gilt nicht

**Falls die Aussage gilt:** Wenden Sie Ihre Reduktion auf folgende Instanz von EXAKTE-ÜBERDECKUNG an.

$M := \{1, 2, 3, 4\}$ und
$T := \{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5\}$,
wobei
$T_1 := \{1\}$, $T_2 := \{1, 3\}$,
$T_3 := \{1, 2, 3\}$,
$T_4 := \{2, 4\}$, $T_5 := \emptyset$.

## Aufgabe 8 Bonus (5 Punkte)

Die Punkte dieser Aufgabe sind **Bonuspunkte**, d.h. sie zählen wie normale Punkte, werden bei der Berechnung des Notenschemas jedoch außer Acht gelassen.
Mindestens eine Antwortmöglichkeit ist immer richtig.

a)* Sei $\Sigma := \{a, b, c\}$. Welche der folgenden Sprachen sind **NICHT** regulär? Kreuzen Sie **alle** zutreffenden an. Wählen Sie anschließend **eine** solche Sprache und beweisen Sie, dass diese nicht regulär ist.

0 1 2

☐ $\{w \in \Sigma^* : |w|_{aba} \neq |w|_a\}$ ☐ $(\{w \in \Sigma^* : w = w^R\})^*$ ☐ $\{a^i b^j c^k : (i \neq 1 \lor j = k) \land i, j, k \geq 0\}$

Beweis für Sprache ___ (1, 2 oder 3):

b)* Sei $\Sigma := \{a, b\}$. Für welche der folgenden Sprachen $L$ gilt $L \neq L^R$ ? Geben Sie außerdem für jede Sprache $L$, die Sie gewählt haben, ein Wort $w$ an, das in genau einer der Sprachen $L, L^R$ enthalten ist.

0 1

☐ $L(b^*a^*b)$ ☐ $\{w \in \Sigma^* : w \neq w^R\}$ ☐ $\{uavv : u, v \in \Sigma^*\}$

Wort, falls $L \neq L^R$: Wort, falls $L \neq L^R$: Wort, falls $L \neq L^R$:

c)* Welche der folgenden Sprachen über $\Sigma := \{0, 1\}$ sind unentscheidbar? Kreuzen Sie **alle** zutreffenden an. Wählen Sie anschließend **eine** solche Sprache und beweisen Sie, dass sie unentscheidbar ist.

0 1 2

☐ $\{w \in \Sigma^* : |L(M_w)|^2 = 25\}$ ☐ $\{w \in \Sigma^* : |L(M_w)|^2 = 50\}$ ☐ $\{w \in \Sigma^* : |L(M_w)|^2 = 100\}$

Beweis für Sprache ___ (1, 2 oder 3):

**Zusätzlicher Platz für Lösungen. Markieren Sie deutlich die Zuordnung zur jeweiligen Teilaufgabe. Vergessen Sie nicht, ungültige Lösungen zu streichen.**