Lehrstuhl für Theoretische Informatik
Fakultät für Informatik
Technische Universität München

Eexam
Sticker mit SRID hier einkleben

Hinweise zur Personalisierung:

- Ihre Prüfung wird bei der Anwesenheitskontrolle durch Aufkleben eines Codes personalisiert.
- Dieser enthält lediglich eine fortlaufende Nummer, welche auch auf der Anwesenheitsliste neben dem Unterschriftenfeld vermerkt ist.
- Diese wird als Pseudonym verwendet, um eine eindeutige Zuordnung Ihrer Prüfung zu ermöglichen.

Einführung in die Theoretische Informatik

Klausur: IN0011 / Retake **Datum:** Dienstag, 4. Oktober 2022
Prüfer: Prof. Dr. Dr. h.c. Javier Esparza **Uhrzeit:** 11:15 – 14:15

	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5	A 6	A 7	A 8	A 9
I									

Bearbeitungshinweise

- Diese Klausur umfasst **16 Seiten** mit insgesamt **9 Aufgaben**.
  Bitte kontrollieren Sie jetzt, dass Sie eine vollständige Angabe erhalten haben.
- Die Gesamtpunktzahl in dieser Klausur beträgt 100 Punkte.
- Das Heraustrennen von Seiten aus der Prüfung ist untersagt.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen:
  - ein **beidseitig handschriftlich beschriebenes DIN A4 Blatt**
  - ein **analoges Wörterbuch** Deutsch $\leftrightarrow$ Muttersprache **ohne Anmerkungen**
- Mit * gekennzeichnete Teilaufgaben sind ohne Kenntnis der Ergebnisse vorheriger Teilaufgaben lösbar.
- **Es werden nur solche Ergebnisse gewertet, bei denen der Lösungsweg erkennbar ist.**
- Schreiben Sie weder mit roter / grüner Farbe noch mit Bleistift.
- Schalten Sie alle mitgeführten elektronischen Geräte vollständig aus, verstauen Sie diese in Ihrer Tasche und verschließen Sie diese.
- $0 \in \mathbb{N}$

Hörsaal verlassen von __________ bis __________ / Vorzeitige Abgabe um __________

Aufgabe 1 **Reguläre und kontextfreie Sprachen (10 Punkte)**

Für die folgenden Fragen ist eine Begründung nicht gefordert. Sie erhalten die Punkte auf eine Teilaufgabe genau dann, wenn Sie alle Antwortmöglichkeiten korrekt angekreuzt haben. Es ist immer mindestens eine Antwortmöglichkeit richtig. Jede Teilaufgabe bringt 2 Punkte.

Kreuzen Sie richtige Antworten an ☒

Kreuze können durch vollständiges Ausfüllen gestrichen werden ■

Gestrichene Antworten können durch nebenstehende Markierung erneut angekreuzt werden ×■

In dieser Aufgabe verwenden wir durchgehend das Alphabet $\Sigma := \{a, b\}$.

a) Seien $A, B \subseteq \Sigma^*$ Sprachen. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☐ $|A|^2 = |A^2|$

☐ $\{uv : u \in A, v \in B\}^2 = \{uv : u, v \in AB\}$

☐ $A \subseteq (A \cup B^*)^2$

b) Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DFA. Wir bezeichnen einen Zustand $q \in Q$ als *Fangzustand*, wenn von q aus kein Finalzustand erreicht werden kann, also $\hat{\delta}(q, w) \notin F$ für alle $w \in \Sigma^*$. Für welche der folgenden regulären Ausdrücke r gibt es einen DFA M mit $L(M) = L(r)$, sodass M *keinen* Fangzustand hat?

☐ a^*b^*

☐ $bab^*(a \mid b)^*$

☐ $(a \mid b)^*bab^*$

c) Sei $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta, F)$ ein PDA mit n Zuständen (also $n = |Q|$) und k Kellersymbolen (also $k = |\Gamma|$). Wir konvertieren M zu einer kontextfreien Grammatik G, indem wir das aus der Vorlesung bekannte Verfahren verwenden. Wie viele Nichtterminalsymbole hat G höchstens? Genau eine Antwort ist richtig.

☐ $k2^n + 1$

☐ $nk^2 + 1$

☐ $(k + n)^2 + 1$

☐ 1

☐ $n^2k + 1$

d) Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei?

☐ $\bigcup_{n=0}^{\infty} \{aa, ab\}^n \{ab, bb\}^n$

☐ $\{a^n b^n a^n : n \in \mathbb{N}\}$

☐ $\{a^n : n \text{ gerade}\}$

e) Für einen NFA oder DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ und Zustand $q \in Q$ schreiben wir $L_M(q)$ für die Wörter, die M startend in Zustand q akzeptiert. Formal gilt also $L_M(q) = L(M')$, mit $M' := (Q, \Sigma, \delta, q, F)$. Außerdem nennen wir M *verbunden*, wenn alle Zustände von M erreichbar sind. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☐ Es gibt einen verbundenen NFA M mit Zustand q und $L(M) = \{aa, ba\}^*$ und $L_M(q) = \{ab\}^*$.

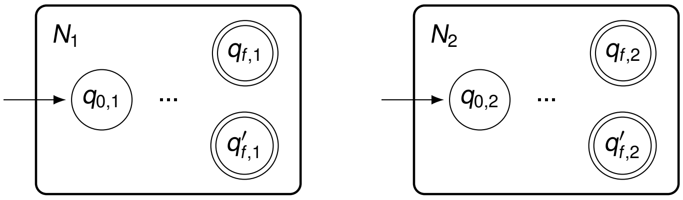
☐ Es gibt einen verbundenen NFA M mit Zustand q und $L(M) = \{aa, ba\}^*$ und $L_M(q) = \{aa\}^*$.

☐ Es gibt einen verbundenen DFA M mit Zustand q und $L(M) = \{aa, ba\}^*$ und $L_M(q) = \{a\}\{aa, ba\}^*$.

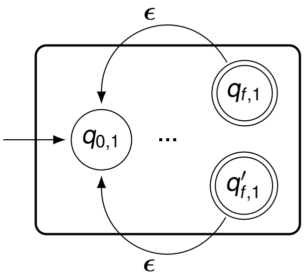
☐ Es gibt einen verbundenen DFA M mit Zustand q und $L(M) = \{aa, ba\}^*$ und $L_M(q) = \{a\}^*$.

Aufgabe 2 **REtoNFA (12 Punkte)**

a)* Seien N_1, N_2 NFAs mit jeweils genau zwei Endzuständen. Im Folgenden werden N_1 und N_2 durch Kästen dargestellt, in denen nur der Initial- und die Endzustände gezeichnet sind. Es kann also beliebige weitere Zustände geben, und beliebige aus- und eingehende Transitionen. Ähnlich zur Vorlesung betrachten wir Konstruktionen, die diese Automaten leicht anpassen. Ausschließlich Sichtbares wird hierbei modifiziert, die Transitionen innerhalb eines Kastens bleiben unverändert. Bestimmen Sie, welche der folgenden Konstruktionen korrekt sind. Falls die Konstruktion falsch ist, geben Sie zusätzlich ein Gegenbeispiel an.

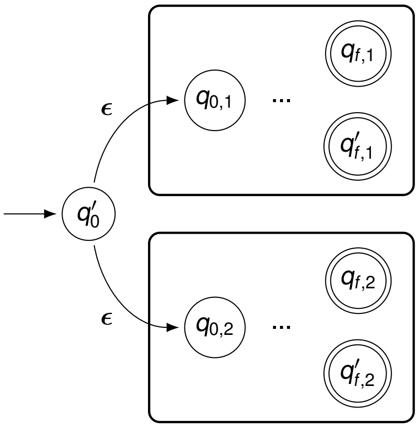


1. Konstruktion für N' mit $L(N') = L(N_1)^*$.



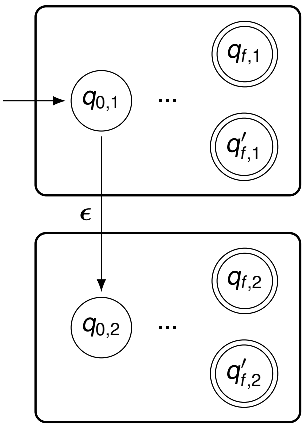
☐ Korrekt ☐ Falsch, Gegenbeispiel:

2. Konstruktion für N' mit $L(N') = L(N_1) \cup L(N_2)$.



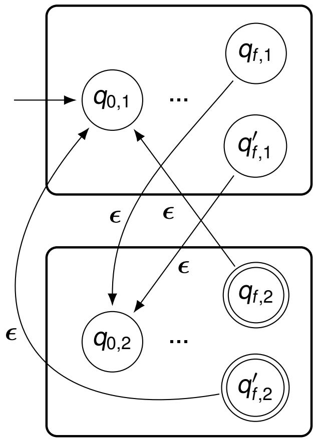
☐ Korrekt ☐ Falsch, Gegenbeispiel:

3. Konstruktion für N' mit $L(N') = L(N_1) \cup L(N_2)$.



☐ Korrekt ☐ Falsch, Gegenbeispiel:

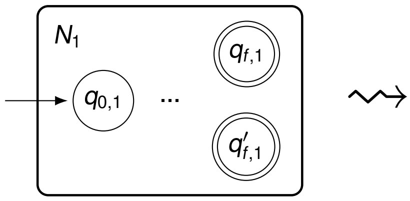
4. Konstruktion für N' mit $L(N') = L(N_1)\,(L(N_2)L(N_1))^* L(N_2)$.

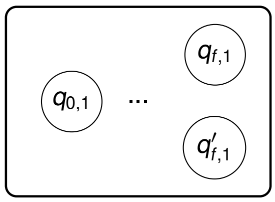


☐ Korrekt ☐ Falsch, Gegenbeispiel:

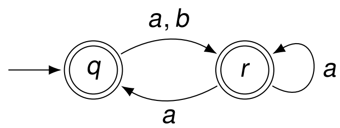
Sei M ein beliebiger endlicher Automat, also ein ϵ-NFA, NFA, oder DFA. Wir bezeichnen M als *klausurig*, wenn (1) M höchstens einen Finalzustand hat, und (2) der Startzustand von M keine eingehenden Kanten hat.

b)* Modifizieren Sie einen ϵ-NFA N_1, der genau zwei Finalzustände hat, sodass er klausurig ist (ohne die akzeptierte Sprache zu verändern).





c)* Sei M der rechts abgebildete NFA. Gibt es einen klausurigen NFA / DFA M' mit $L(M') = L(M) \setminus \{\varepsilon\}$? Falls ja, geben Sie einen solchen Automaten mit höchstens 4 Zuständen an, falls nein, beweisen Sie Ihre Aussage.



NFA: ☐ Ja ☐ Nein

DFA: ☐ Ja ☐ Nein

Aufgabe 3 CYK Nützlich (13 Punkte)

a)* Sei G eine Grammatik mit folgenden Produktionen.

$$S \rightarrow XX \mid a \mid b \qquad X \rightarrow XX \mid YY \mid b \qquad Y \rightarrow YY \mid SX$$

Verwenden Sie den aus der Vorlesung bekannten CYK-Algorithmus, um zu entscheiden, ob *bbab* in $L(G)$ enthalten ist. Füllen Sie dazu nachfolgende Tabelle entsprechend aus.

1,4			
1,3	2,4		
1,2	2,3	3,4	
1,1	2,2	3,3	4,4
b	*b*	*a*	*b*

b) Bestimmen Sie das längste Präfix von *bbab*, das in $L(G)$ enthalten ist. Begründen Sie Ihre Antwort *kurz* indem Sie auf die Tabelle aus (a) verweisen.

c)* Sei H eine Grammatik mit den Produktionen

$$S \rightarrow XW \mid a \qquad X \rightarrow b \qquad Y \rightarrow SZ \mid SX \qquad Z \rightarrow WY \qquad W \rightarrow XW$$

Bestimmen Sie die erreichbaren, erzeugenden, und nützlichen Nichtterminalsymbole von H.

Erreichbar: Erzeugend: Nützlich:

d)* Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine beliebige kontextfreie Grammatik in CNF. Ist das Problem, ob $L(G)$ unendlich ist, entscheidbar? Falls ja, beschreiben Sie ein entsprechendes Verfahren, falls nein, widerlegen Sie es.

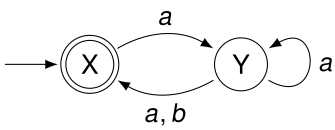
☐ Ja ☐ Nein Verfahren / Beweis:

Aufgabe 4 **Ardens Lemma (10 Punkte)**

In dieser Aufgabe verwenden wir durchgehend das Alphabet $\Sigma := \{a, b\}$.

0 1 2 3 4 5 6

a)* Wir betrachten den folgenden NFA. Seien X und Y die Sprachen, die der Automat von den jeweiligen Zuständen aus akzeptiert. Stellen Sie das aus diesem Automaten resultierende Gleichungssystem auf, indem Sie die Lücken mit den entsprechenden regulären Ausdrücken füllen.
Um Ihre Gleichungen anzugeben, müssen Sie sie zunächst nach Variablen gruppieren; z.B. können Sie $X \equiv a(bY \mid a) \mid bbY$ zu $X \equiv (ab \mid bb)Y \mid aa$ umformen und dann als $X \equiv (\emptyset)X \mid (ab \mid bb)Y \mid (aa)$ aufschreiben. Insbesondere dürfen die regulären Ausdrücke, die Sie in die Lücken schreiben, X und Y nicht enthalten.



$$X \equiv (\underline{\hspace{3cm}})X \mid (\underline{\hspace{3cm}})Y \mid (\underline{\hspace{6cm}})$$

$$Y \equiv (\underline{\hspace{3cm}})X \mid (\underline{\hspace{3cm}})Y \mid (\underline{\hspace{6cm}})$$

Lösen Sie das Gleichungssystem, indem Sie zunächst die Gleichung für X in die Gleichung für Y einsetzen.

$$Y \equiv (\underline{\hspace{7cm}})Y \mid (\underline{\hspace{8cm}})$$

Bestimmen Sie nun reguläre Ausdrücke für Y und X.

$$Y \equiv (\underline{\hspace{17cm}})$$

$$X \equiv (\underline{\hspace{17cm}})$$

0 1 2 3 4

b)* Geben Sie für die folgenden Gleichungen an, ob sie 0, 1 oder mindestens 2 Lösungen haben. Lösungen können reguläre, oder auch nicht reguläre Sprachen sein. Falls 1, geben Sie eine Lösung an, falls mindestens 2, geben Sie zwei Lösungen an. Falls 0, begründen Sie dies kurz.

1. $X \equiv babX \mid a$
2. $X \equiv a^*X \mid bab$
3. $X \equiv aXb \mid \epsilon$
4. $aX \equiv XX \mid b$

1: ☐ 0 ☐ 1 ☐ ≥ 2
Lösung(en) / Begründung:

2: ☐ 0 ☐ 1 ☐ ≥ 2
Lösung(en) / Begründung:

3: ☐ 0 ☐ 1 ☐ ≥ 2
Lösung(en) / Begründung:

4: ☐ 0 ☐ 1 ☐ ≥ 2
Lösung(en) / Begründung:

Aufgabe 5 **Präfixissimo (10 Punkte)**

Sei Σ ein Alphabet. Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ bezeichnet $L^{\prec}$ die Sprache, die man erhält, wenn man von den Wörtern aus L ein beliebiges Präfix bildet. Formal gilt also $L^{\prec} = \{u : uv \in L,\ u, v \in \Sigma^*\}$. Wir erhalten z.B. $\{babb\}^{\prec} = \{\varepsilon, b, ba, bab, babb\}$ und $(\{ab\}^*)^{\prec} = L((ab)^*(a \mid \epsilon))$.

a)* Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik (CFG) in Chomsky-Normalform, mit $\Sigma = \{a, b\}$. (Es hat also jede Produktion von G die Form $X \to YZ$ oder $X \to c$, für $X, Y, Z \in V$ und $c \in \Sigma$.) 0 1 2 3 4 5 6 7

Wir wollen nun eine CFG $G^{\prec} = (V^{\prec}, \Sigma, P^{\prec}, S^{\prec})$ mit $L(G^{\prec}) = L(G)^{\prec}$ konstruieren. Dazu führen wir eine neue Variable X' für jedes $X \in V$ ein. Wir wollen also die Variablen $V^{\prec} = V \cup \{X' : X \in V\}$ verwenden.

Die Variablen in V sollen ihre ursprüngliche Bedeutung beibehalten, es soll also $L_{G^{\prec}}(X) = L_G(X)$ gelten, für $X \in V$. Was soll für $L_{G^{\prec}}(X')$ gelten, also die Sprache der Wörter, die sich in $G^{\prec}$ aus X' ableiten lassen?

$L_{G^{\prec}}(X') =$

Nun konstruieren wir die Produktionen $P^{\prec}$ von $G^{\prec}$. Beachten Sie, dass $G^{\prec}$ nicht in CNF sein muss, insbesondere ist es auch erlaubt, dass $G^{\prec}$ ε-Produktionen enthält.

Für jede Produktion der Form $(X \to YZ) \in P$, mit $X, Y, Z \in V$, fügen wir folgende Produktion(en) hinzu:

Für jede Produktion der Form $(X \to c) \in P$, mit $X \in V, c \in \Sigma$ fügen wir folgende Produktion(en) hinzu:

Muss $P^{\prec}$ noch weitere Produktionen, außer den oben von Ihnen angegebenen, enthalten? Falls ja, können Sie die hier notieren.

Geben Sie schließlich das Startsymbol von $G^{\prec}$ an.

$S^{\prec} :=$

b)* Sei G eine CFG. Gibt es eine CFG G', die genau die Wörter aus $L(G)$ enthält, in denen gleich viele a und b vorkommen? Falls ja, begründen Sie dies kurz, falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an. 0 1 2 3

☐ ja ☐ nein

Begründung / Gegenbeispiel:

Aufgabe 6 **Irregularität (12 Punkte)**

0 1 2 3 4 5

a)* Sei $L_1 := \{a^n b^m : n, m \in \mathbb{N}, n > m\}$. Zeigen Sie, dass L_1 nicht regulär ist, indem Sie das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen verwenden.

0 1 2 3 4

b)* Sei $\Sigma := \{a, b\}$ und $L_2 := \{a^n b^m : n, m \in \mathbb{N}, n < m\}$. Geben Sie Wörter $w_0, w_1, w_2, ... \in \Sigma^*$ an, sodass $L_2^{w_i} \neq L_2^{w_j}$ gilt, für alle $i, j \in \mathbb{N}$ mit $i \neq j$.

$w_n :=$ für $n \in \mathbb{N}$

Bestimmen Sie $L_2^{w_n}$, für ein beliebiges $n \in \mathbb{N}$:

$L_2^{w_n} :=$

Seien nun $i, j \in \mathbb{N}$ beliebig, mit $i < j$. Zeigen Sie $L_2^{w_i} \neq L_2^{w_j}$, indem Sie ein Wort $u \in \Sigma^*$ angeben, das in genau einer dieser Sprachen enthalten ist.

$u :=$

0 1 2 3

c)* Zeigen oder widerlegen Sie: Es gibt eine Sprache L, sodass L unendlich viele verschiedene Residualsprachen hat, und jede Residualsprache von L unendlich viele Wörter enthält.

☐ Wahr ☐ Falsch

Beweis:

Aufgabe 7 **Berechenbarkeit und Komplexität (10 Punkte)**

Für die folgenden Fragen ist eine Begründung nicht gefordert. Sie erhalten die Punkte auf eine Teilaufgabe genau dann, wenn Sie alle Antwortmöglichkeiten korrekt angekreuzt haben. Es ist immer mindestens eine Antwortmöglichkeit richtig. Jede Teilaufgabe bringt 2 Punkte.

Kreuzen Sie richtige Antworten an ☒

Kreuze können durch vollständiges Ausfüllen gestrichen werden ■

Gestrichene Antworten können durch nebenstehende Markierung erneut angekreuzt werden ✕■

In dieser Aufgabe verwenden wir durchgehend das Alphabet $\Sigma := \{0, 1\}$.

a) Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar?

☐ $\{w \in \Sigma^* : L(M_w) \text{ ist semi-entscheidbar}\}$

☐ $\{w \in \Sigma^* : L(M_w) = \emptyset\}$

☐ $\{w \in \Sigma^* : L(M_w) \text{ ist entscheidbar}\}$

b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☐ Seien $L_1 \subseteq \Sigma^*$ entscheidbar, und $L_2 \subseteq \Sigma^*$ unentscheidbar. Dann ist $L_1 \cup L_2$ unentscheidbar.

☐ Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ entscheidbare Sprachen. Dann ist $L_1 \setminus L_2$ entscheidbar.

☐ Seien $L_1 \subseteq \Sigma^*$ entscheidbar, und $L_2 \subseteq \Sigma^*$ semi-entscheidbar. Dann gibt es ein $w \in \Sigma^*$, sodass M_w die Sprache $L_1 \cap L_2$ entscheidet.

c) Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☐ Für jedes $v \in \Sigma^*$ ist $L_v := \{w \in \Sigma^* : ww \in L(M_v)\}$ semi-entscheidbar.

☐ Für jedes $v \in \Sigma^*$ ist $L_v := \{w \in \Sigma^* : L(M_w) \neq L(M_v)\}$ semi-entscheidbar.

☐ Für jedes $v \in \Sigma^*$ ist $L_v := \{w \in \Sigma^* : w \notin L(M_v)\}$ semi-entscheidbar.

d) Bei dem NP-vollständigen Problem SAT geht es darum, von einer aussagenlogische Formel F zu überprüfen, ob sie erfüllbar ist. Die Formel F besteht dabei aus Variablen $x_1, ..., x_k$, die beliebig mit $\wedge, \vee, \neg$ (also logischer Konjunktion, Disjunktion und Negierung) verknüpft werden. Ein Beispiel für eine solche Formel ist $(x_1 \wedge x_2) \vee \neg(x_2 \vee \neg x_3)$.
Als *Literal* bezeichnet man eine Variable oder ihre Negation, z.B. sind x_2, x_7 und $\neg x_2$ Literale.
Welche der folgenden Varianten von SAT sind NP-vollständig, unter der Annahme $\text{P} \neq \text{NP}$?

☐ Die Formel F ist in konjunktiver Normalform, sie hat also die Form $F_1 \wedge ... \wedge F_m$, wobei jedes F_i die Form $y_1 \vee ... \vee y_l$ hat und $y_1, ..., y_l$ Literale sind. Ein Beispiel für F ist $(x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_2 \vee x_3)$

☐ Die Formel F enhält jede Variable x_i höchstens 2022 Mal.

☐ Die Formel F ist in disjunktiver Normalform, sie hat also die Form $F_1 \vee ... \vee F_m$, wobei jedes F_i die Form $y_1 \wedge ... \wedge y_l$ hat und $y_1, ..., y_l$ Literale sind. Ein Beispiel für F ist $(x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_2 \wedge x_3)$

e) Sei $M := \{L \subseteq \Sigma^* : L \leq_p \text{SAT}\}$ die Menge der Sprachen, die in polynomieller Zeit auf SAT reduziert werden können. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

☐ Wenn $\text{P} \neq \text{NP}$, dann gibt es eine Sprache $L \in M$, die von keiner Turingmaschine in polynomieller Zeit entschieden wird.

☐ Jedes Problem in M kann von einer nichtdeterministischen Turingmaschine in polynomieller Zeit entschieden werden.

☐ Alle NP-vollständigen Probleme sind in M enthalten.

Aufgabe 8 **Reduktion (12 Punkte)**

Sei $\Sigma := \{a, b\}$. Für ein Wort $w \in \Sigma^*$ bezeichnen wir mit w^T das Wort, das man erhält, wenn man in w die ersten zwei Buchstaben vertauscht. Falls $|w| < 2$, definieren wir $w^T := w$. Z.B. gilt also $\varepsilon^T = \varepsilon$, $a^T = a$, $(baa)^T = aba$, $(aab)^T = aab$, und $(abbab)^T = babab$. Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ definieren wir dann $L^T := \{w^T : w \in L\}$.

0 1 2

a)* Sei H die Grammatik über dem Alphabet Σ mit den Produktionen $S \to aSa \mid bSb \mid \varepsilon$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik (CFG) H' an, sodass $L(H') = L(H)^T$ und H' höchstens 10 Produktionen hat. Eine Begründung ist nicht erforderlich.

Wir betrachten nun die beiden folgenden Probleme, jeweils für eine CFG G über Σ.

$\langle 1 \rangle$ Ist $L(G) = \Sigma^*$?

$\langle 2 \rangle$ Ist $L(G) = L(G)^T$?

Wir wissen bereits, dass $\langle 1 \rangle$ unentscheidbar ist. Unser Ziel ist es, zu zeigen, dass auch $\langle 2 \rangle$ unentscheidbar ist, indem wir $\langle 1 \rangle$ auf $\langle 2 \rangle$ reduzieren, also $\langle 1 \rangle \leq \langle 2 \rangle$ zeigen.

0 1 2 3 4 5 6

b)* Geben Sie eine Reduktionsfunktion für $\langle 1 \rangle \leq \langle 2 \rangle$ an. Beschreiben Sie also ein Verfahren, das eine CFG $G = (V, \Sigma, P, S)$ zu einer CFG $G' = (V', \Sigma, P', S')$ konvertiert, sodass $L(G) = \Sigma^*$ gilt, genau dann wenn $L(G') = L(G')^T$ gilt.

Führen Sie Ihr Verfahren zur Veranschaulichung auf der Grammatik G mit Produktionen $S \to aSbS \mid ba$ aus, und geben Sie die resultierende Grammatik G' an.

c) Beweisen Sie, dass ihr Verfahren aus Teilaufgabe b) korrekt ist, dass also $L(G) = \Sigma^* \Leftrightarrow L(G') = L(G')^T$ gilt.

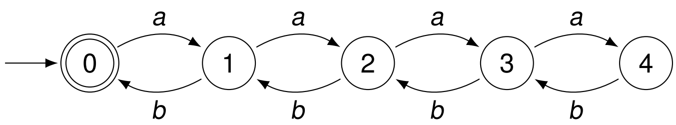
0
1
2
3
4

„$\Rightarrow$“:

„$\Leftarrow$“:

Aufgabe 9 **Überwachung (11 Punkte)**

Sei $\Sigma := \{a, b\}$, sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DFA und sei $L \subseteq Q^*$ eine Sprache, d.h. die Wörter von L sind Sequenzen von Zuständen von M. Wir definieren die Sprache $C_L(M)$ als die Menge der Wörter, die M mit einem Lauf in L akzeptiert. Sei z.B. M der folgende DFA:



(Nicht gezeichnete Kanten führen zu einem impliziten Fangzustand.) Für $L = \{0, 1\}^*$ gelten dann $ab \in C_L(M)$ (ab wird mit Lauf $010 \in \{0, 1\}^*$ akzeptiert), $aabb \notin C_L(M)$ ($aabb$ wird mit Lauf $01210 \notin \{0, 1\}^*$ akzeptiert) und $ba \notin C_L(M)$ (ba wird gar nicht akzeptiert).

0 1 2

a)* Sei M der obige DFA. Geben Sie einen regulären Ausdruck für eine Sprache $L \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4\}^*$ an, sodass $C_L(M)$ die Menge aller Wörter $w \in L(M)$ ist, die aaa enthalten. Formal: $w \in C_L(M)$ gdw. $w \in L(M)$ und es Wörter $u, v \in \{a, b\}^*$ gibt, mit $w = u\,aaa\,v$.

0 1 2 3

b)* Sei M der obige DFA. Geben Sie einen regulären Ausdruck für $C_L(M)$ an, wobei $L := \{0, 1\}^*\{2, 3\}^*\{0, 1\}^*$.

0 1 2 3 4 5 6

c)* Sei $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ nun ein beliebiger DFA und sei $N_L = (Q_L, Q, \delta_L, q_{oL}, F_L)$ ein beliebiger DFA mit Alphabet Q für eine Sprache $L \subseteq Q^*$. Konstruieren Sie einen DFA $N' = (Q', \Sigma, \delta', q'_0, F')$ mit $L(N') = C_L(N)$.

Geben Sie die Menge der Zustände von N' an:

$Q' :=$

Geben Sie den Anfangszustand und die Menge der Endzustände von N' an:

$q'_0 :=$ $F' :=$

Beschreiben Sie die Menge δ' der Transitionen von N':

Hier können Sie die Idee hinter Ihrer Konstruktion erklären:

Zusätzlicher Platz für Lösungen. Markieren Sie deutlich die Zuordnung zur jeweiligen Teilaufgabe. Vergessen Sie nicht, ungültige Lösungen zu streichen.