

## Einführung in die Theoretische Informatik

### Sommersemester 2024 – Übungsblatt 5

- Das Übungsblatt ist in zwei Teile gegliedert: den Vorbereitungsteil, den Sie vor der Übung selbstständig bearbeiten sollen, und den Übungs-/Nachbereitungsteil, der Aufgaben enthält, die in der Übung besprochen werden und von Ihnen anschließend zur Nachbereitung verwendet werden können.

#### Vorbereitung (→ vor der Übung selbstständig zu bearbeiten)

##### Vorbereitungsaufgabe Ü5.1. (Wichtige Begriffe)

Überprüfen Sie, dass Sie die folgenden Begriffe oder Notationen korrekt definieren können.

- Kontextfreie Sprache (CFL)
- Kontextfreie Grammatik (CFG)
- Syntaxbaum
- Ableitung, Linksableitung, Rechtsableitung
- (inhärent) mehrdeutig

##### Vorbereitungsaufgabe Ü5.2. (Automata Tutor: “Contextfree Languages”)

Lösen Sie die Aufgaben Ü5.2 (a–c) auf Automata Tutor.

##### Vorbereitungsaufgabe Ü5.3. (Ableitung und Syntaxbaum)

Sei  $G = (\{S, E, O, A, B, X\}, \{a, b\}, P, S)$  die CFG mit folgenden Produktionen  $P$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow E \mid O \\ E &\rightarrow AB \mid BA \\ A &\rightarrow XAX \mid a \\ B &\rightarrow XBX \mid b \\ O &\rightarrow XXO \mid X \\ X &\rightarrow a \mid b \end{aligned}$$

- (a) Geben Sie für jedes der folgenden Wörter jeweils eine Linksableitung und eine Rechtsableitung und den entsprechenden Syntaxbaum an:  
(i)  $abaaaa$  (ii)  $babab$  (iii)  $aabbaaba$
- (b) Geben Sie ein Wort  $w \in L(G)$  mit zwei verschiedenen Syntaxbäumen an.

#### Übung und Nachbereitung

##### Übungsaufgabe Ü5.4. (Kanonischer Minimalautomat)

Konstruieren Sie den kanonischen Minimalautomaten zu dem regulären Ausdruck  $r := ab \mid ba^*$  und benennen Sie jeden Zustand mit einem regulären Ausdruck für die entsprechende Residualsprache.

### Übungsaufgabe Ü5.5. (DER Satz)

Entscheiden Sie, ob folgende Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  regulär sind. Bestimmen Sie hierzu die Residualsprachen. Falls die Sprache regulär ist, zeichnen Sie den kanonischen Minimalautomaten und beschriften Sie die Zustände mit regulären Ausdrücken für die entsprechenden Residualsprachen. Falls die Sprache nicht regulär ist, reicht es eine unendliche Menge von Wörtern mit unterschiedlichen Residualsprachen zu bestimmen und zu zeigen, dass diese Residualsprachen paarweise verschieden sind.

- (a)  $L_1 = \{a^{2i} \mid i \in \mathbb{N}\}$
- (b)  $L_2 = \{a^i b^i c^i \mid i \in \mathbb{N}\}$
- (c)  $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 2 \cdot |w|_b\}$
- (d)  $L_4 = L((a^*(b|c))^*)$

### Übungsaufgabe Ü5.6. (Sprache einer kontextfreien Grammatik)

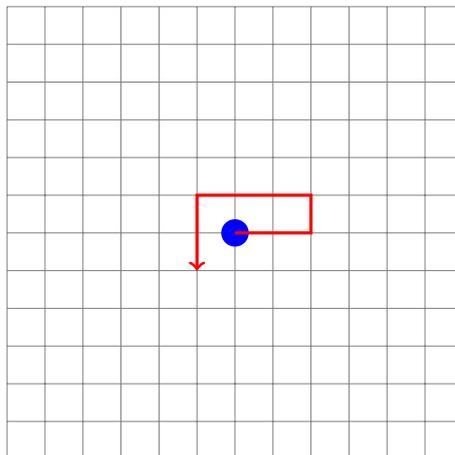
Sei  $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\}$  die Sprache der Palindrome über  $\Sigma = \{a, b\}$ .

- (a) Geben Sie eine Grammatik für  $L$  an.
- (b) Geben Sie eine Grammatik  $G$  für  $\bar{L}$  an.
- (c) Zeigen oder widerlegen Sie:  $\bar{L}$  ist regulär.
- (d) Zeigen Sie  $L(G) = \bar{L}$  formal.

### Zusätzliche Übungsaufgabe Ü5.7. (Pfeilsprachen)

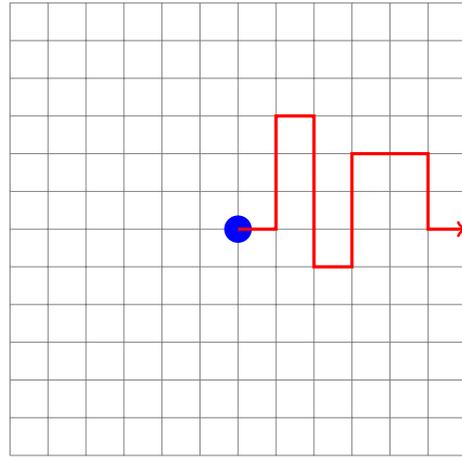
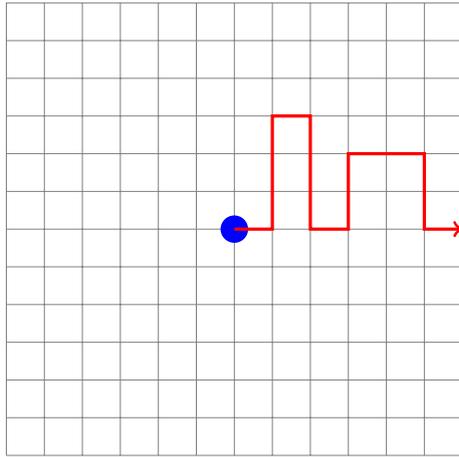
Diese Aufgabe können Sie zusätzlich als Nachbereitung lösen. Es wird kein neuer Inhalt in dieser Aufgabe behandelt.

In dieser Aufgabe betrachten wir Sprachen, deren Worte Linienzüge in einem unendlichen zweidimensionalen Gitter von einem fixen Startpunkt aus beschreiben. Die folgende Grafik zeigt einen Ausschnitt aus dem Gitter:



Der Startpunkt ist blau markiert. Linienzüge beschreiben wir im Folgenden als eine Sequenz von Pfeilen, d.h. als Worte über dem Alphabet  $\Sigma = \{\rightarrow, \leftarrow, \uparrow, \downarrow\}$ . Die Pfeile beschreiben dabei (vom Startpunkt aus gesehen) einen ein Kästchen langen Schritt entlang des Gitters. Wir stellen daher den im Bild rot eingezeichnete Linienzug durch das Wort  $w = \rightarrow \rightarrow \uparrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \downarrow \downarrow$  dar.





- (b) Stellen Sie Vermutungen auf, ob die obigen Sprachen regulär oder kontextfrei sind. Begründen Sie Ihre Antwort möglichst anschaulich anhand des Beispiels.
- (c) Geben Sie zu jeder der Sprachen  $L$  aus Aufgabenteil (a) eine Grammatik  $G$  an.