

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2024 – Quiz 12

Frage Q12.1. (zu H12.3)

1 Punkt

Mehrfachauswahl. Welche der folgenden Formeln sind in SAT enthalten?

- (a) ✓ $x \vee \neg x$
- (b) ✗ $x \wedge \neg x$
- (c) ✓ $x \vee x$

Frage Q12.2. (zu H12.3)

1 Punkt

Mehrfachauswahl. Welche der folgenden Formeln sind in TAUTOLOGY enthalten?

- (a) ✓ $x \vee \neg x$
- (b) ✗ $x \wedge \neg x$
- (c) ✗ $x \vee x$

Frage Q12.3. (zu H12.3)

1 Punkt

Mehrfachauswahl. Seien L_1, L_2 Sprachen und f eine polynomiell berechenbare, totale Funktion mit $x \in L_1 \Leftrightarrow f(x) \in L_2$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- (a) ✓ f ist eine Reduktionsfunktion für $L_1 \leq_p L_2$
- (b) ✗ f ist eine Reduktionsfunktion für $L_2 \leq_p L_1$
- (c) ✓ f ist eine Reduktionsfunktion für $\overline{L_1} \leq_p \overline{L_2}$
- (d) ✗ f ist eine Reduktionsfunktion für $\overline{L_2} \leq_p \overline{L_1}$

Frage Q12.4. (zu H12.3)

1 Punkt

Mehrfachauswahl. Seien L_1, L_2 Sprachen mit $L_1 \leq_p L_2$. Von welchen Aussagen ist bekannt, dass sie wahr sind?

- (a) ✗ $L_2 \leq_p L_1$
- (b) ✗ $\overline{L_1} \leq_p L_2$
- (c) ✓ $\overline{L_1} \leq_p \overline{L_2}$
- (d) ✗ $\overline{L_2} \leq_p \overline{L_1}$

Lösungsskizze.

- (a) Gegenbeispiel: $L_1 = \text{SAT}$, $L_2 = \mathcal{H}_0$
- (b) Gegenbeispiel: $L_1 = \mathcal{H}_0$, $L_2 = \mathcal{H}_0$.
- (c) Das wurde in der Aufgabe gezeigt.
- (d) Gegenbeispiel: $L_1 = \text{SAT}$, $L_2 = \mathcal{H}_0$

Frage Q12.5. (zu H12.3)

1 Punkt

Mehrfachauswahl. Seien L_1, L_2, L_3 Sprachen, f eine Reduktionsfunktion (RF) für $L_1 \leq_p L_2$ und g eine RF für $L_2 \leq_p L_3$. Welche Aussagen sind wahr?

- (a) ✓ Wenn f und g injektiv sind, gibt es eine injektive RF für $L_1 \leq_p L_3$.
- (b) ✓ Wenn f und g surjektiv sind, gibt es eine surjektive RF für $L_1 \leq_p L_3$.
- (c) ✓ Wenn f und g bijektiv sind, gibt es eine bijektive RF für $L_1 \leq_p L_3$.

Lösungsskizze. Aus der Aufgabe wissen wir, dass $g \circ f$ eine RF für $L_1 \leq_p L_3$ ist. Wenn f, g injektiv/surjektiv/bijektiv sind, dann ist es auch $g \circ f$.

Frage Q12.6. (zu H12.3)

1 Punkt

Mehrfachauswahl. Gilt $\overline{3COL} \leq_p \text{TAUTOLOGY}$?

- (a) ✓ Ja
- (b) ✗ Nein
- (c) ✗ Unbekannt (hängt von $P = NP$ ab)

Lösungsskizze. Nach Definition von coNP ist $\overline{3COL}$ enthalten, und TAUTOLOGY ist coNP -vollständig.

Frage Q12.7. (zu H12.3)

2 Punkte

Mehrfachauswahl. Welche Eigenschaften erfüllt $\overline{\text{TAUTOLOGY}}$, unter der Annahme $P \neq NP$?

- (a) ✓ in NP enthalten
- (b) ✓ NP-hart
- (c) ✓ NP-vollständig

Lösungsskizze.

- (a) $\overline{\text{TAUTOLOGY}}$ enthält die Formeln, die eine nicht-erfüllende Belegung haben. Eine NTM kann diese leicht raten und überprüfen, also ist $\overline{\text{TAUTOLOGY}} \in \text{NP}$.
- (b) Für ein beliebiges Problem $L \in \text{NP}$ gilt nach Definition $\overline{L} \in \text{coNP}$, nach H12.3(d) folgt $\overline{L} \leq_p \text{TAUTOLOGY}$ und nach H12.3(b) folgt $L \leq_p \overline{\text{TAUTOLOGY}}$.
- (c) Dies ergibt sich aus (a) und (b).