

## Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2024 – Quiz 2

**Frage Q2.1.** (zu H2.7)

1 Punkt

*Einfachauswahl.* Welcher der folgenden RE ist **NICHT** in einer der Formen (F1-F4)?

- (a) ✗  $((ab)^*)^* | \epsilon$  (c) ✗  $abb^*b | b$   
(b) ✗  $\emptyset$  (d) ✓  $(ab\epsilon a | bab)^* | \epsilon$

**Frage Q2.2.** (zu H2.7)

1 Punkt

*Mehrfachauswahl.* Sei  $A(r)$  eine beliebige Aussage über reguläre Ausdrücke  $r$ . (Z.B. könnten wir  $A(r) \Leftrightarrow L(r) = \emptyset$  wählen.) Wir wollen nun  $A$  mithilfe von struktureller Induktion zeigen. Welche der folgenden Aussagen müssen als Teil des Beweises (nach dem Schema der strukturellen Induktion) gezeigt werden?

- (a) ✗  $A(n) \Rightarrow A(n+1)$  für alle  $n \in \mathbb{N}$   
(b) ✓  $A(r) \wedge A(s) \Rightarrow A(r | s)$  für alle reguläre Ausdrücke  $r, s$   
(c) ✗  $A(r) \Rightarrow A(r^+)$  für alle regulären Ausdrücke  $r$

*Lösungsskizze.* (c) muss nicht gezeigt werden, da  $r^+$  keine Primitive Operation ist, nur ein Makro für  $rr^*$ .

**Angabe.** Es folgt ein Versuch, die Aussage zu beweisen, dass jeder reguläre Ausdruck in (F1) ein nichtleeres Wort enthält. Der Beweis orientiert sich am Schema der strukturellen Induktion.

„Sei  $\Sigma$  ein Alphabet. Zuerst bemerken wir, dass jeder reguläre Ausdruck  $r \in \Sigma$  ein nichtleeres Wort enthält, und dass  $\epsilon$  und  $\emptyset$  nicht in (F1) sind. Seien nun  $r, s$  beliebige reguläre Ausdrücke, für die die Aussage gilt. Falls  $r$  oder  $s$  nicht in (F1) sind, sind  $r | s$  und  $rs$  auch nicht in (F1). Ansonsten gibt es nichtleere Wörter  $w \in L(r)$  und  $v \in L(s)$ . Dann gilt  $w \in L(r | s)$  und  $wv \in L(rs)$ , also enthalten  $r | s$  und  $rs$  auch ein nichtleeres Wort.“

**Frage Q2.3.** (zu H2.7)

1 Punkt

*Mehrfachauswahl.* Welche der folgenden Aussagen über die Induktionsbasis in obigem Beweis ist wahr?

- (a) ✓ Die Induktionsbasis wurde korrekt bewiesen.  
(b) ✗ Der Beweis der Induktionsbasis enthält fehlerhafte Schlussfolgerungen.  
(c) ✗ Der Beweis der Induktionsbasis ist unvollständig.

**Frage Q2.4.** (zu H2.7)

1 Punkt

*Mehrfachauswahl.* Welche der folgenden Aussagen über den Induktionsschritt in obigem Beweis ist wahr?

- (a) ✗ Der Induktionsschritt wurde korrekt bewiesen.  
(b) ✗ Der Beweis des Induktionsschrittes enthält fehlerhafte Schlussfolgerungen.  
(c) ✓ Der Beweis des Induktionsschrittes ist unvollständig.

*Lösungsskizze.* Die Kleene-Hülle  $r^*$  wurde nicht betrachtet.

**Frage Q2.5.** (zu H2.7)

1 Punkt

*Wahr/falsch.* ✓ Ist die Aussage, die versucht wurde zu beweisen, wahr? Gilt also, dass jeder reguläre Ausdruck in (F1) ein nichtleeres Wort enthält?

*Lösungsskizze.* Man kann den Beweis leicht vervollständigen: Sei  $r$  ein regulärer Ausdruck, für den die Aussage gilt. Wenn  $r$  nicht in (F1) ist, dann ist es  $r^*$  auch nicht. Ansonsten gibt es ein nichtleeres Wort in  $L(r)$  und somit auch in  $L(r^*) \supseteq L(r)$ .

**Frage Q2.6.** (zu H2.7)

1 Punkt

*Mehrfachauswahl.* Für welche der folgenden regulären Ausdrücke existiert ein äquivalenter Ausdruck in (F1)?

(a) ✗  $(ab\emptyset)^*$

(c) ✗  $(ab|\epsilon)(\epsilon|ba)(b\epsilon|\epsilon)$

(b) ✗  $\emptyset(\epsilon\emptyset)^*\epsilon$

(d) ✓  $aa^*|(a^*\emptyset|\emptyset b)^*$

*Lösungsskizze.* Wir verwenden immer die Eigenschaft, dass für einen RE  $r$  in (F1)  $L(r)$  immer ein nichtleeres Wort enthält. Außerdem kann  $L(r)$  das leere Wort nur enthalten, wenn  $L(r)$  unendlich viele Wörter enthält.

(a)  $L(r) = \{\epsilon\}$ . Diese Sprache enthält  $\epsilon$ , ist aber nicht unendlich, kann also nicht in (F1) dargestellt werden.

(b)  $L(r) = \emptyset$ ; die Sprache enthält also kein nichtleeres Wort.

(c)  $\epsilon \in L(r)$ , aber  $L(r)$  ist endlich.

(d)  $r \equiv a^*$ , und  $a^*$  ist in (F1).