Prof. Javier Esparza
Philipp Czerner, Kevin Kappelmann, Valentin Krasotin

Technische Universität München
Lehrstuhl für Theoretische Informatik

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2024 – Quiz 2

Frage Q2.1. (*zu H2.7*) 1 Punkt

Einfachauswahl. Welcher der folgenden RE ist **NICHT** in einer der Formen (F1-F4)?

(a) ✗ $((ab)^*)^* \mid \epsilon$

(b) ✗ $\emptyset$

(c) ✗ $abb^*b \mid b$

(d) ✓ $(ab\epsilon a \mid bab)^* \mid \epsilon$

Frage Q2.2. (*zu H2.7*) 1 Punkt

Mehrfachauswahl. Sei $A(r)$ eine beliebige Aussage über reguläre Ausdrücke r. (Z.B. könnten wir $A(r) \Leftrightarrow L(r) = \emptyset$ wählen.) Wir wollen nun A mithilfe von struktureller Induktion zeigen. Welche der folgenden Aussagen müssen als Teil des Beweises (nach dem Schema der strukturellen Induktion) gezeigt werden?

(a) ✗ $A(n) \Rightarrow A(n+1)$ für alle $n \in \mathbb{N}$

(b) ✓ $A(r) \wedge A(s) \Rightarrow A(r \mid s)$ für alle reguläre Ausdrücke r, s

(c) ✗ $A(r) \Rightarrow A(r^+)$ für alle regulären Ausdrücke r

Lösungsskizze. (c) muss nicht gezeigt werden, da r^+ keine Primitive Operation ist, nur ein Makro für rr^*.

Angabe. Es folgt ein Versuch, die Aussage zu beweisen, dass jeder reguläre Ausdruck in (F1) ein nichtleeres Wort enthält. Der Beweis orientiert sich am Schema der strukturellen Induktion.

„Sei Σ ein Alphabet. Zuerst bemerken wir, dass jeder reguläre Ausdruck $r \in \Sigma$ ein nichtleeres Wort enthält, und dass ϵ und $\emptyset$ nicht in (F1) sind. Seien nun r, s beliebige reguläre Ausdrücke, für die die Aussage gilt. Falls r oder s nicht in (F1) sind, sind $r \mid s$ und rs auch nicht in (F1). Ansonsten gibt es nichtleere Wörter $w \in L(r)$ und $v \in L(s)$. Dann gilt $w \in L(r \mid s)$ und $wv \in L(rs)$, also enthalten $r \mid s$ und rs auch ein nichtleeres Wort.“

Frage Q2.3. (*zu H2.7*) 1 Punkt

Mehrfachauswahl. Welche der folgenden Aussagen über die Induktionsbasis in obigem Beweis ist wahr?

(a) ✓ Die Induktionsbasis wurde korrekt bewiesen.

(b) ✗ Der Beweis der Induktionsbasis enthält fehlerhafte Schlussfolgerungen.

(c) ✗ Der Beweis der Induktionsbasis ist unvollständig.

Frage Q2.4. (*zu H2.7*) 1 Punkt

Mehrfachauswahl. Welche der folgenden Aussagen über den Induktionsschritt in obigem Beweis ist wahr?

(a) ✗ Der Induktionsschritt wurde korrekt bewiesen.

(b) ✗ Der Beweis des Induktionsschrittes enthält fehlerhafte Schlussfolgerungen.

(c) ✓ Der Beweis des Induktionsschrittes ist unvollständig.

Lösungsskizze. Die Kleene-Hülle r^* wurde nicht betrachtet.

Frage Q2.5. (*zu H2.7*) 1 Punkt

Wahr/falsch. ✓ Ist die Aussage, die versucht wurde zu beweisen, wahr? Gilt also, dass jeder reguläre Ausdruck in (F1) ein nichtleeres Wort enthält?

Lösungsskizze. Man kann den Beweis leicht vervollständigen: Sei r ein regulärer Ausdruck, für den die Aussage gilt. Wenn r nicht in (F1) ist, dann ist es r^* auch nicht. Ansonsten gibt es ein nichtleeres Wort in $L(r)$ und somit auch in $L(r^*) \supseteq L(r)$.

Frage Q2.6. (*zu H2.7*) 1 Punkt

Mehrfachauswahl. Für welche der folgenden regulären Ausdrücke existiert ein äquivalenter Ausdruck in (F1)?

(a) ✗ $(ab\boldsymbol{\emptyset})^*$

(b) ✗ $\boldsymbol{\emptyset}(\boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\emptyset})^*\boldsymbol{\epsilon}$

(c) ✗ $(ab \mid \boldsymbol{\epsilon})(\boldsymbol{\epsilon} \mid ba)(b\boldsymbol{\epsilon} \mid \boldsymbol{\epsilon})$

(d) ✓ $aa^* \mid (a^*\boldsymbol{\emptyset} \mid \boldsymbol{\emptyset}b)^*$

Lösungsskizze. Wir verwenden immer die Eigenschaft, dass für einen RE r in (F1) $L(r)$ immer ein nichtleeres Wort enthält. Außerdem kann $L(r)$ das leere Wort nur enthalten, wenn $L(r)$ unendlich viele Wörter enthält.

(a) $L(r) = \{\varepsilon\}$. Diese Sprache enthält ε, ist aber nicht unendlich, kann also nicht in (F1) dargestellt werden.

(b) $L(r) = \emptyset$; die Sprache enthält also kein nichtleeres Wort.

(c) $\varepsilon \in L(r)$, aber $L(r)$ ist endlich.

(d) $r \equiv a^*$, und a^* ist in (F1).