

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2024 – Hausaufgabenblatt 8

Abgabe: 17.06.2024, 12:00 CEST

- Die Aufgaben werden in folgender Reihenfolge korrigiert: **H8.2, H8.3**.
- Die Knobelaufgabe bitte separat auf Moodle abgeben. Sie wird korrigiert.

AT-Aufgabe H8.1. (*almost recfg*)

unkorrigiert (4 Punkte)

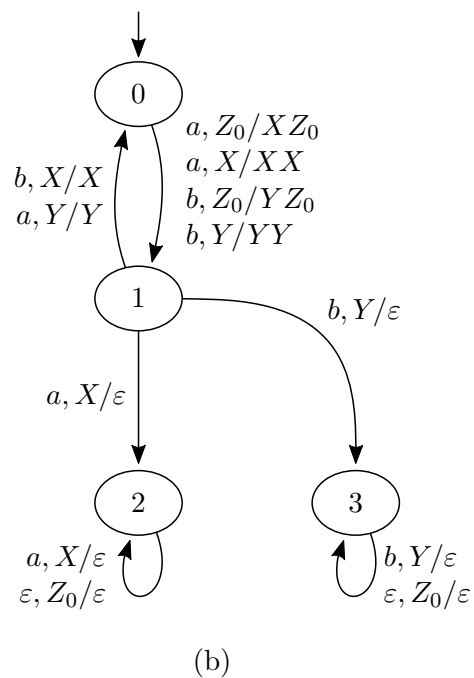
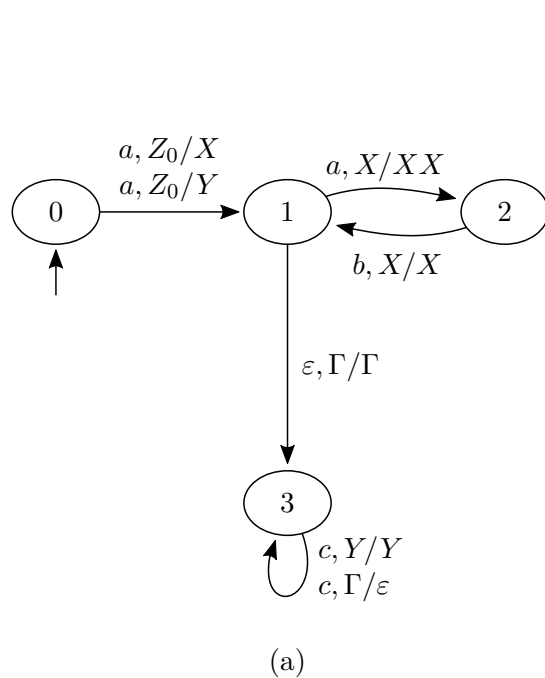
Bearbeiten Sie diese Aufgabe auf [Automata Tutor](#). Sei $\Sigma := \{a, (,), *\}$ ein Alphabet und G die kontextfreie Grammatik, die über folgende Produktionen gegeben ist: $S \rightarrow (S) \mid SS \mid S* \mid a$.

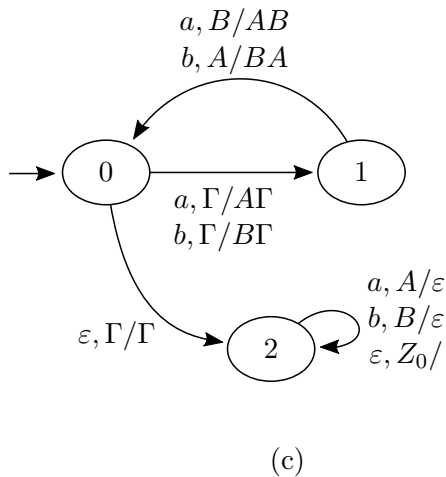
Konstruieren Sie einen PDA für $L(G)$, der über leeren Keller akzeptiert.

Aufgabe H8.2. (*Sprachfindung*)

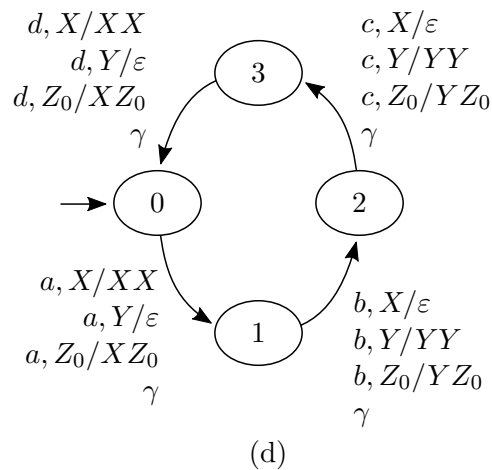
2+2+2+2 Punkte

Geben Sie für die folgenden Kellerautomaten jeweils die akzeptierte Sprache in Mengennotation an. (Ihre Angabe soll sich insbesondere nicht auf den PDA beziehen.) Die PDAs akzeptieren über leeren Keller. Bitte beachten Sie die Hinweise zur Notation von PDAs auf Übungsblatt 8.





$$\gamma := (\varepsilon, \Gamma/\Gamma \quad \varepsilon, Z_0/\varepsilon)$$



Aufgabe H8.3. (I made a typo)

3+7+2 Punkte

Erinnerung: Eine Grammatik vom Typ 0 kann sowohl Terminale als auch Nichtterminale auf beiden Seiten ihrer Produktionen besitzen, d.h. $P \subseteq (V \cup \Sigma)^* \times (V \cup \Sigma)^*$.

- (a) Gegeben eine Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$, sei $G' := (V \cup \{S'\}, \Sigma, P', S')$, wobei $S' \notin V$ und $P' := P \cup \{S' \rightarrow SS'\}$. Geben Sie eine Grammatik G mit $L(G') \neq L(G)L(G)$ und maximal 3 Produktionen an. Begründen Sie die Korrektheit Ihres Beispiels.
- (b) Geben Sie ein Verfahren an, das als Input eine Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ erhält und eine Grammatik H mit $L(H) = L(G)L(G)$ und höchstens $3(|\Sigma| + |P|)$ Produktionen konstruiert. Erläutern Sie die Idee Ihres Verfahrens auch informell.
- (c) Wenden Sie Ihr Verfahren auf die folgende Grammatik mit Startsymbol S an:

$$S \rightarrow XaYa \quad aY \rightarrow bc \quad Xb \rightarrow cc$$

Quizaufgabe H8.4. (Hochstaplerei)

unkorrigiert (7 Punkte)

Dora ist wütend. Ihr Kindergartenrivalin, Eva Pirsalz, behauptet einen größeren Bausteinturm als Dora gebaut zu haben. Aber als Dora sich den Turm anschauen wollte, war er nicht mehr da – Eva behauptet, sie hat ihn schon wieder abgebaut. Dora will der Sache auf den Grund gehen, und besorgt sich eine Kopie von Evas Labortagebuch. Da muss für jeden Baustein jeweils vermerkt sein, wann der er aus der Bausteinbox geholt wurde, wann er verbaut wurde, und wann er wieder zurückgelegt wurde.

Die Einträge werden mit dem Alphabet $\Sigma := \{g, v, z\}$ notiert. In Doras Labortagebuch steht z.B. das Protokoll $ggvvgvvzgvzzz$. Ein Baustein muss immer zuerst geholt, dann verbaut, und dann zurückgegeben werden. Das Protokoll $gvvgzz$ wäre also nicht gültig, da hier ein Stein verbaut wurde, bevor er geholt wurde. Ebenso wäre $ggvvgvvzz$ nicht in Ordnung, da einer der Steine nicht zurückgegeben wurde, oder gz , da einer der Steine nicht verbaut wurde. Sei $L := \{w \in \Sigma^* : w \text{ ist gültiges Protokoll}\}$. Um Eva zu überführen, will Dora nun einen Kellerautomaten bauen, der jedes Protokoll in Evas Labortagebuch überprüft.

- (a) Zeigen Sie, dass L nicht kontextfrei ist und es somit keinen Kellerautomaten für L gibt.

Dora ist enttäuscht, hat aber noch eine Idee: Für ihre Zwecke wäre es genauso gut, einen Kellerautomaten zu haben, der die *ungültigen* Protokolle akzeptiert.

- (b) Konstruieren Sie einen Kellerautomaten für \bar{L} und beschreiben Sie die Idee hinter Ihrer Konstruktion.

Hinweis: Bitte beachten Sie die Anmerkungen zur Notation von Kellerautomaten auf Übungsblatt 7 und 8.

Knobelaufgabe H8.5. (*Die Sterne sind ganz schön hoch*)

Sei $n > 2$ und $\Sigma := \{a, b\}$. Zeigen Sie, dass es eine DFA M über Σ mit n^{100} Zuständen gibt, sodass die Sprache $L' := \{w : \{w\}^* \subseteq L(M)\}$ mindestens $n!$ Residualsprachen hat.

Hinweis: Sie dürfen bekannte Aussagen über Primzahlen ohne Beweis verwenden, etwa den **Primzahlsatz**, oder den **Chinesischen Restsatz**, und insbesondere, dass die Summe der ersten n Primzahlen kleiner als n^3 ist.