

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2021 – Übungsblatt 9

- Das Übungsblatt ist in zwei Teile gegliedert: den Vorbereitungsteil, den Sie vor der Übung selbstständig bearbeiten sollen, und den Übungs-/Nachbereitungsteil, der Aufgaben enthält, die in der Übung besprochen werden und von Ihnen anschließend zur Nachbereitung verwendet werden können.
- Das ist nicht das Hausaufgabenblatt! Die Hausaufgaben finden Sie auf einem separaten Blatt.

Vorbereitung (→ vor der Übung selbstständig zu bearbeiten)

Individualaufgabe Ü9.1. (Wichtige Begriffe)

Überprüfen Sie, dass Sie die folgenden Begriffe oder Notationen korrekt definieren können.

- abzählbar / überabzählbar
- berechenbar / unberechenbar
- Church-Turing These
- nichtdeterministische / deterministische Turing-Maschine (TM)
- Konfiguration einer TM
- akzeptierte Sprache einer TM
- Turing-berechenbar
- k -Band Turing-Maschine
- WHILE-Programm
- GOTO-Programm
- Konvertierung: WHILE \rightarrow TM \rightarrow GOTO \rightarrow WHILE

Individualaufgabe Ü9.2. (Meine erste TM)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie TM M an, so dass:

$$L(M) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$$

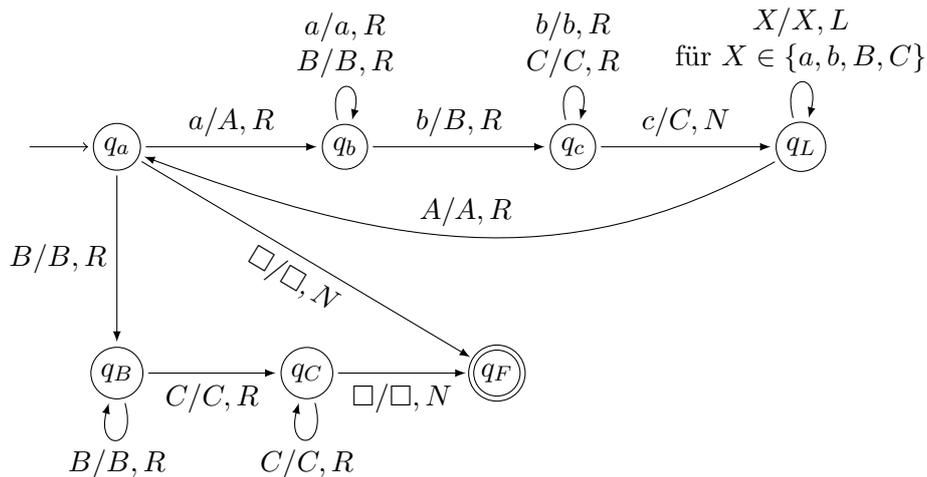
Tipp: Es gibt verschiedene Webseiten auf denen Turing Maschinen interaktiv konstruiert und simuliert werden können, z.B. <https://wimmers.github.io/turing-machine-viz/>. Beachten Sie dass diese Seite Endzustände nicht visualisiert.

Lösungsskizze. Für diese Aufgabe gibt es eine Videolösung: [Link](#)

Idee: Ersetze für jedes a je ein a , b und c durch x , wobei nach dem Ersetzen die restlichen Buchstaben der gleichen Art unverändert gelassen werden. Wenn am Ende nur noch x auf dem Band stehen, terminiere. Sonst bleibt die Berechnung in einem Nichtendzustand stecken.

Wir schreiben \square für eine leere Bandzelle.

Sei TM $M = (\{q_a, q_b, q_c, q_L, q_B, q_C, q_F\}, \{a, b, c\}, \Sigma \cup \{A, B, C, \square\}, \delta, q_a, \square, \{q_F\})$.



Übung und Nachbereitung

Fokusaufgabe Ü9.3. (Zweierpotenz: TM & WHILE)

- (a) Sei $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}$ die Funktion, die berechnet, ob ein Wort die Binärdarstellung einer Zweierpotenz ist¹:

$$f(w) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } (w)_2 = 2^n \text{ für ein } n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie (graphisch) eine TM an, die $f(w)$ berechnet.

Erinnerung: Damit eine TM eine Funktion berechnet, muss das Band nach der Berechnung nur noch die Ausgabe enthalten und der Kopf der TM muss auf das erste Zeichen der Ausgabe zeigen.

- (b) Geben Sie ein WHILE-Programm an, das berechnet, ob x_1 (die Eingabe) eine Zweierpotenz ist.

Erinnerung: Es gibt bei WHILE-Programmen (und GOTO-Programmen) kein Band und keinen direkten Zugriff auf die Binärrepräsentation der Eingabe. Nach dem Terminieren des Programms muss die Ausgabe in x_0 stehen.

Übungsaufgabe Ü9.4. (GOTO \rightarrow WHILE)

- (a) Welche Ausgabe produziert das folgende GOTO-Programm für die Eingaben 16, 3 und 42? Was macht das Programm im Allgemeinen für die Eingabe $x_1 > 0$? Terminiert es immer?

¹Führende Nullen sind erlaubt: $(0100)_2 = (100)_2 = 4$

M_1 : $x_0 := x_0 + 1$
 M_2 : **if** $x_1 = 1$ **goto** M_{16}
 M_3 : $x_2 := x_1$
 M_4 : $x_3 := 0$
 M_5 : $x_4 := 4$
 M_6 : **if** $x_2 = 1$ **goto** M_{12}
 M_7 : **if** $x_2 = 0$ **goto** M_{14}
 M_8 : $x_2 := x_2 - 2$
 M_9 : $x_3 := x_3 + 1$
 M_{10} : $x_4 := x_4 + 6$
 M_{11} : **goto** M_6
 M_{12} : $x_1 := x_4$
 M_{13} : **goto** M_1
 M_{14} : $x_1 := x_3$
 M_{15} : **goto** M_1
 M_{16} : HALT

- (b) Übersetzen Sie das GOTO-Programm mit Hilfe der Konstruktion aus der Vorlesung (Satz 5.24, Folie 253f) in ein WHILE-Programm. Nutzen Sie diese Vorlage:

```
pc :=  
while      do  
    if pc = 1 then                end  
    if pc = 2 then                end  
    if pc = 3 then                end  
    if pc = 4 then                end  
    if pc = 5 then                end  
    if pc = 6 then                end  
    if pc = 7 then                end  
    if pc = 8 then                end  
    if pc = 9 then                end  
    if pc = 10 then               end  
    if pc = 11 then               end  
    if pc = 12 then               end  
    if pc = 13 then               end  
    if pc = 14 then               end  
    if pc = 15 then               end  
    if pc = 16 then               end  
end
```