

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2021 – Übungsblatt 3

- Das Übungsblatt ist in zwei Teile gegliedert: den Vorbereitungsteil, den Sie vor der Übung selbstständig bearbeiten sollen, und den Übungs-/Nachbereitungsteil, der Aufgaben enthält, die in der Übung besprochen werden und von Ihnen anschließend zur Nachbereitung verwendet werden können.
- Das ist nicht das Hausaufgabenblatt! Die Hausaufgaben finden Sie auf einem separaten Blatt.

Vorbereitung (→ vor der Übung selbstständig zu bearbeiten)

Individualaufgabe Ü3.1. (*Wichtige Begriffe*)

Überprüfen Sie, dass Sie die folgenden Begriffe oder Notationen korrekt definieren können.

- Wortproblem
- Leerheitsproblem
- Endlichkeitsproblem
- Äquivalenzproblem
- Ardens Lemma
- Pumping Lemma

Individualaufgabe Ü3.2. (*Kahoot*)

Falls Sie das Kahoot aus der Vorlesung verpasst haben: Spielen Sie es jetzt! [Link](#). ¹

Individualaufgabe Ü3.3. (*Automata Tutor: Pumping Lemma Game*)

Lösen Sie die Aufgaben Ü3.3 (a–b) auf Automata Tutor. ²

Individualaufgabe Ü3.4. (*Strukturelle Induktion*)

Geben Sie eine rekursive Prozedur $empty(r)$ an, die für einen gegebenen regulären Ausdruck r entscheidet, ob $L(r) = \emptyset$. Für Ihre Definition sollten Sie das folgende Gerüst verwenden:

- $empty(\emptyset) =$
- $empty(a) =$
- $empty(\epsilon) =$
- $empty(\alpha\beta) =$
- $empty(\alpha \mid \beta) =$
- $empty(\alpha^*) =$

Beweisen Sie mittels struktureller Induktion, dass Ihre Definition korrekt ist.

Zu dieser Aufgabe gibt es eine Video-Lösung: rekursive Prozedur, strukturelle Induktion.

¹Falls der Link nicht mehr funktioniert, teilen Sie es bitte der Übungsleitung mit. Die Teilnehmeranzahl ist leider auf 2000 begrenzt.

²Wenn Sie Automata Tutor noch nicht verwendet haben, folgen Sie erst den Schritten in Ü1.2, um sich richtig zu registrieren.

Übung und Nachbereitung

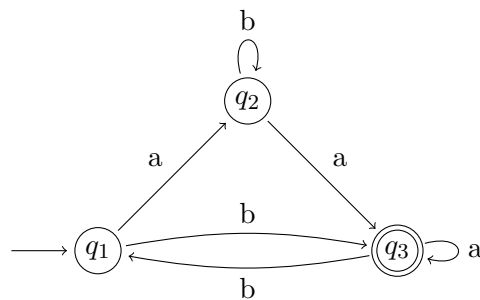
Fokusaufgabe Ü3.5. (Pumping Lemma)

Beweisen Sie für jede der folgenden Sprachen mithilfe des Pumping Lemmas, dass sie *nicht* regulär sind.

- (a) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$
- (b) $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \geq |w|_1\}$
- (c) $L_5 = \{a^{2^i} \mid i \geq 0\}$

Übungsaufgabe Ü3.6. (Ardens Lemma)

Gegeben sei folgender Automat $M = (\{q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \delta, q_1, \{q_3\})$:



Berechnen Sie mit dem Gauß-Verfahren und Ardens Lemma einen regulären Ausdruck α mit $L(\alpha) = L(M)$.

Übungsaufgabe Ü3.7. (Strukturelle Induktion: Klausuraufgabe von 2020)

- (a) Sei Σ ein Alphabet. Geben Sie die Rekursionsgleichungen für eine rekursive Prozedur $\text{contains}(a, r)$ an, die für einen Buchstaben $a \in \Sigma$ und regulären Ausdruck r berechnet, ob a in jedem Wort aus $L(r)$ vorkommt.
Es soll also für alle $w \in L(r)$ gelten, dass $(\exists u, v \in \Sigma^* . w = uav) =: P(w)$.
- (b) Beweisen Sie mit Hilfe von struktureller Induktion, dass ihre Prozedur korrekt ist. Sie dürfen dabei den Konkatenationsfall (d.h. $r = r_1 r_2$) weglassen. Kennzeichnen Sie dabei die Induktionshypothesen und deren Anwendungen deutlich.