Prof. Javier Esparza
Philipp Czerner, Martin Helfrich

Technische Universität München
Lehrstuhl für Theoretische Informatik

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2021 – Übungsblatt 2

- Das Übungsblatt ist in zwei Teile gegliedert: den Vorbereitungsteil, den Sie vor der Übung selbstständig bearbeiten sollen, und den Übungs-/Nachbereitungsteil, der Aufgaben enthält, die in der Übung besprochen werden und von Ihnen anschließend zur Nachbereitung verwendet werden können.
- Das ist nicht das Hausaufgabenblatt! Die Hausaufgaben finden Sie auf einem separaten Blatt.

Vorbereitung ($\rightarrow$ vor der Übung selbständig zu bearbeiten)

Individualaufgabe Ü2.1. (*Wichtige Begriffe*)

Überprüfen Sie, dass Sie die folgenden Begriffe oder Notationen korrekt definieren können.

- Regulärer Ausdruck
- ϵ-NFA
- Rechtslineare Grammatik
- Potenzmengenkonstruktion
- Produktkonstruktion
- Strukturelle Induktion

Individualaufgabe Ü2.2. (*Automata Tutor: Reguläre Ausdrücke*)

Lösen Sie die Aufgaben Ü2.2 (a–g) auf Automata Tutor.[1] Beachten Sie, dass wir für einen regulären Ausdruck r das folgende Makro definieren: $r^+ = rr^*$.
Achtung: Für die Übungsaufgaben haben Sie beliebig viele Versuche. Für die Aufgaben in Hausaufgabe H2.1 nicht!

Individualaufgabe Ü2.3. (*Konstruieren von NFAs mit Einschränkungen*)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen korrekt sind, und begründen Sie Ihre Behauptung, indem Sie entweder ein Gegenbeispiel oder eine passende Konstruktion angeben.

Für jeden NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ gibt es einen NFA $N' = (Q', \Sigma, \delta', q'_0, F')$ mit $L(N) = L(N')$ und ...

(a) der Startzustand hat keine eingehenden Kanten.

(b) kein Endzustand hat eine ausgehende Kante.

(c) für jeden Zustand q gilt: alle eingehenden Kanten von q sind mit demselben Zeichen beschriftet.

(d) für jeden Zustand q gilt: alle ausgehenden Kanten von q sind mit demselben Zeichen beschriftet.

Zu dieser Aufgabe gibt es Video-Lösungen: (a) (b) (c) (d)

[1] Wenn Sie Automata Tutor noch nicht verwendet haben, folgen Sie erst den Schritten in Ü1.2, um sich richtig zu registrieren.

Individualaufgabe Ü2.4. (*Potenzmengenkonstruktion*)

Mit $|w|_x$ bezeichnen wir die Anzahl der Vorkommen des Buchstabens $x \in \Sigma$ in $w \in \Sigma^*$. Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L = \{w \in \Sigma^* \mid \exists\, x \in \Sigma : |w|_x = 0\}$.

(a) Konstruieren Sie einen NFA N mit genau 4 Zuständen und $L(N) = L$.

(b) Determinisieren Sie den NFA N aus (a) mittels der Potenzmengenkonstruktion, um einen DFA M mit $L(M) = L(N)$ zu erhalten.

Zu dieser Aufgabe gibt es Video-Lösungen: (a) (b)

Übung und Nachbereitung

Fokusaufgabe Ü2.5. (*RA → ϵ-NFA → NFA → DFA*)

Wir betrachten den regulären Ausdruck $r = 1(0\,|\,1)^*\,|\,0$.

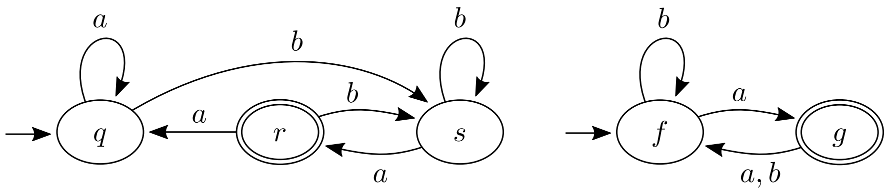
(a) Konstruieren Sie für r mit dem Standardverfahren aus der Vorlesung einen ϵ-NFA A, so dass $L(r) = L(A)$ gilt.

(b) Wandeln Sie diesen Automaten in einen äquivalenten NFA ohne ϵ-Übergänge um.

(c) Konstruieren Sie durch Anwendung des Potenzmengenverfahrens einen DFA, der die Sprache des Ausdrucks r akzeptiert.

Übungsaufgabe Ü2.6. (*Produktkonstruktion*)

Konstruieren Sie einen DFA M mit $L(M) = L(M_1) \cap L(M_2)$, indem Sie die Produktkonstruktion verwenden. Ist M minimal?



M_1 M_2

Übungsaufgabe Ü2.7. (*Teilwörter und reguläre Sprachen*)

Ein Teilwort eines Wortes w ist ein zusammenhängendes Wort in w. Wir definieren die Menge aller Teilwörter von w als $\downarrow[w] := \{w' \in \Sigma^* : w \text{ enthält } w'\}$. Also gilt beispielsweise $the, he, theo, \varepsilon \in \downarrow[theo]$, aber $to, theoo \notin \downarrow[theo]$. Die Menge aller Wörter, von denen w ein Teilwort ist, ist dann entsprechend definiert als $\uparrow[w] := \{w' \in \Sigma^* : w' \text{ enthält } w\}$; z.B. $thetheotee \in \uparrow[theo]$. Wir erweitern dies auf Sprachen: Für eine beliebige Sprache $L \subseteq \Sigma^*$, definieren wir also $\downarrow[L] := \bigcup_{w \in L} \downarrow[w]$, und $\uparrow[L] := \bigcup_{w \in L} \uparrow[w]$.

Sei nun $\Sigma := \{t, h, e, o\}$ und L eine beliebige reguläre Sprache.

(a) Geben Sie für $\downarrow[theo]$ und $\uparrow[theo]$ einen ϵ-NFA an.

(b) Zeigen Sie, dass $\downarrow[L]$ regulär ist.

(c) Zeigen Sie, dass $\uparrow[L]$ regulär ist.