

## Einführung in die Theoretische Informatik

### Sommersemester 2021 – Übungsblatt 1

- Das Übungsblatt ist in zwei Teile gegliedert: den Vorbereitungsteil, den Sie vor der Übung selbstständig bearbeiten sollen, und den Übungs-/Nachbereitungsteil, der Aufgaben enthält, die in der Übung besprochen werden und von Ihnen anschließend zur Nachbereitung verwendet werden können.
- Das ist nicht das Hausaufgabenblatt! Die Hausaufgaben finden Sie auf einem separaten Blatt.

### Vorbereitung (→ vor der Übung selbstständig zu bearbeiten)

#### Individualaufgabe Ü1.1. (Wichtige Begriffe)

Überprüfen Sie, dass Sie die folgenden Begriffe oder Notationen korrekt definieren können.

- Alphabet  $\Sigma$ ;  $\Sigma^*$
- Wort  $w$ ,  $|w|$ ,  $\varepsilon$ ,  $ww$ ,  $w^n$
- formale Sprache  $A$ ;  $AA$ ,  $A^*$ ,  $A^+$
- reflexive transitive Hülle
- Grammatik  $G$ ;  $L(G)$ ,  $AA$
- Ableitungsrelation
- Chomsky-Hierarchie
- Wortproblem
- DFA, NFA
- Akzeptanzbedingung von DFAs/NFAs

#### Individualaufgabe Ü1.2. (Automata Tutor: DFA / NFA / Grammatiken)

Automata Tutor (AT) ist ein Online-Tool, mit dem Sie zu vielen Themen aus dem THEO-Kurs Aufgaben bearbeiten können. Dabei bekommen Sie sogar automatisch individuelles Feedback! Da wir AT auch für Hausaufgaben verwenden werden, ist es wichtig, dass Sie sich auf AT ein Konto anlegen, dass mit Ihrem TUM-Login verknüpft ist. Dafür gehen Sie wie folgt vor:

- (a) Besuchen die die Webseite <https://automata-tutor.model.in.tum.de>.
- (b) Klicken Sie auf „TUM Login“ (**nicht auf „Register“**) und geben Sie ihre TUM-Kennung (z.B. ab12cde) mit Passwort ein, um ein Konto zu erstellen.
- (c) Schreiben sich sich unter „Enroll in course“ mit der Kurs-ID „TUM Theo SS21“ und Passwort „BKIFJCTE“ ein.
- (d) Klicken Sie auf „View“, um die aktuellen Aufgaben einzusehen.

Dann können Sie die Aufgaben Ü1.2 (a–l) lösen.

**Achtung:** Für die Übungsaufgaben haben Sie beliebig viele Versuche. Für die Hausaufgaben H1.1 (a–c) nicht!

#### Individualaufgabe Ü1.3. (NFA / DFA Konstruktionsideen)

Beschreiben Sie in eigenen Worten, wie man im Allgemeinen einen Automaten konstruiert, der eine Sprache erkennt, die

- (a) nur Wörter enthält, die eine bestimmte Sequenz von Buchstaben enthalten,

- (b) am Anfang/Ende jedes Wortes eine bestimmte Sequenz von Buchstaben fordert,
- (c) nur Worte gerader/ungerader Länge enthält,
- (d) von jedem Wort verlangt, eine bestimmte Anzahl an Buchstaben zu enthalten,
- (e) deren Worte an einer fixierten Position einen bestimmten Buchstaben haben müssen.

## Übung und Nachbereitung

### Übungsaufgabe Ü1.4. (Kahoot)

Spielen Sie in der Übungsgruppe das Kahoot zum Stoff der aktuellen Woche. Gehen Sie dafür auf [www.kahoot.it](http://www.kahoot.it) und geben Sie den Game PIN auf dem Bildschirm Ihres Tutors an.

### Fokusaufgabe Ü1.5. (kleine DFAs vs kleine NFAs)

Sei  $\Sigma := \{a, b\}$  und  $B_n := \{w \in \Sigma^* \mid \exists i : w_i = w_{i+n}\}$  die Sprache aller Wörter über  $\Sigma$ , in denen an irgendeiner Stelle der gleiche Buchstabe im Abstand  $n$  vorkommt. Insbesondere ist  $B_0$  die Menge aller nichtleeren Wörter, und  $B_1$  die Menge aller Wörter, in denen ein Buchstabe zweimal hintereinander vorkommt. *Versuchen Sie in allen Aufgabenteilen NFAs und DFAs mit möglichst wenigen Zuständen anzugeben.*

- (a) Geben Sie jeweils einen NFA für  $B_0$ ,  $B_1$  und  $B_2$  an.
- (b) Geben Sie jeweils einen DFA für  $B_0$ ,  $B_1$  und  $B_2$  an.
- (c) Beschreiben Sie kurz, wie der DFA  $B_n$  und der NFA  $B_n$  für beliebige  $n \in \mathbb{N}$  aussehen.
- (d) Beurteilen Sie die folgende Aussage: *Es gibt einen NFA für  $B_n$  mit  $\mathcal{O}(n)$ -vielen Zuständen, aber jeder DFA zu  $B_n$  hat mindestens  $\Omega(2^n)$ -viele Zustände.*

### Übungsaufgabe Ü1.6. (Grammatiken entwerfen)

Bestimmen Sie für jede der folgenden Sprachen eine passende Grammatik  $G$ , so dass  $L(G)$  genau die Sprache ist.

- (a)  $A = \{w \in \{0, 1\}^* : |w| \text{ gerade}\}$
- (b)  $B = \{w \in \{0, 1\}^+ : (w)_2 \text{ gerade}\}$
- (c)  $C = \{ww^R : w \in \{a, b\}^*\}$
- (d)  $D = \{w : w \in \{a, b\}^*\}$  \*
- (e)  $E = \{a^{n^2} : n \geq 0\}$  \*\*\*

*Hinweise:*

- $(w)_2$  ist der Wert von  $w \in \{0, 1\}^*$  zur Basis 2, also z.B.  $(101010)_2 = 42$ .
- Wir bezeichnen mit  $w^R$  die Spiegelung von  $w$ , d.h.  $(abb)^R = bba$ ,  $\varepsilon^R = \varepsilon$ .
- Eine mögliche Lösung von Aufgabenteil (d) erweitert die Grammatik von Aufgabenteil (c) passend.
- Für Aufgabe (e) ist diese Gleichung hilfreich.

### Übungsaufgabe Ü1.7. (baaaaaaaaa...)

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$  und  $L = \{ba^n\}$  für ein beliebiges aber festes  $n \in \mathbb{N}_0$ .

- (a) Sei  $n = 3$ . Zeichnen Sie einen NFA, der  $L$  erkennt.

- (b) Zeigen sie, dass jeder NFA, der die Sprache  $L$  erkennt, mindestens  $n + 2$  Zustände hat.

**Übungsaufgabe Ü1.8.** (*endlich Beweise*)

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet und  $A, B, C \subseteq \Sigma^*$  beliebig. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Geben Sie für korrekte Aussagen einen Beweis an und widerlegen Sie falsche mithilfe eines geeigneten Gegenbeispiels.

- (a)  $A^* = A^+$  genau dann wenn (gdw.)  $\varepsilon \in A$
- (b)  $A(B \cap C) = AB \cap AC$
- (c) Falls  $A \subseteq B$ , dann  $A^n \subseteq B^n$  für jedes  $n \in \mathbb{N}_0$ .
- (d) Unter der Annahme  $A \neq \emptyset$  gilt:  $A = AA$  gdw.  $A = A^*$ .